ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 NOVEMBRE 1953.

PRÉSIDENCE DE M. AUGUSTE CHEVALIER.



MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès, survenu à Paris, le 26 novembre, de M. **Emmanuel Leclainche**.

L'allocution nécrologique d'usage sera lue en la prochaine séance par M. **Gaston Ramon**. Après le dépouillement de la Correspondance et les élections inscrites à l'ordre du jour, la séance sera levée en signe de deuil.

M. le **Président** signale que la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 9 décembre, au lieu du lundi 7, jour de la séance annuelle des prix de l'Académie des sciences morales et politiques.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence favorable de l'altitude sur la teneur en rubidium des plantes phanérogames.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Didier Bertrand**.

En comparant les résultats de nombreuses analyses de plantes phanérogames, nous avons reconnu l'action très marquée de la proportion d'eau qui existe dans le milieu vital d'une plante sur la teneur de celle-ci en rubidium (1).

Nous venons de mettre en évidence une intervention écologique analogue et non moins marquée : celle de l'altitude.

Au cours d'excursions dans les Alpes, effectuées dans la seconde moitié du mois de juillet dernier, nous avons récolté une vingtaine d'espèces non encore analysées, à des altitudes comprises entre 1000 et 3 000 m.

Dix espèces de la zone la plus élevée et remarquables par leur nanisme, provenaient du voisinage immédiat des champs de neige qui existaient

---

(1) *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 598 et 1553.

encore à cette période de l'année. Cinq avaient été rencontrées au Lautaret, à environ 2 000 m, ou quelques centaines de mètres plus bas, sur la route qui descend vers la Grave; enfin cinq autres venaient du couvent et du massif de la Grande Chartreuse (entre 900 et 1100 m).

Noms des familles.	Espèces analysées.	Rb en moyenne.	Noms des espèces nouvellement analysées.	Rb trouvé.
			du col de l'Iseran (*environ* 2800 m).	
Caryophyllées..	11	30,1	*Lychnis alpina* Don	76,4
			Gypsophila repens L.	23,1
			soit en moyenne	**49,8**
Crucifères	26	23,4	*Erysimum pumilum* Gaud	**60,2**
Saxifragées	2 (*)	12,0	*Saxifraga exarata* Vill	22,8
			Saxifraga moschata Wulf	23,5
			soit en moyenne	**23,2**
Composées	42	20,9	*Doronicum grandiflorum* L.	**81,5**
Scrofulariées...	14	11,8	*Veronica bellidioides* L.	21,1
			Linaria alpina L.	24,6
			Bartsia alpina L.	13,9
			soit en moyenne	**19,9**
Boraginées	8	18,8	*Myosotis alpestris* Schmidt	**127,0**
			du Lautaret de (1000 *à* 2000 m)	
Composées	42	20,9	*Artemisia absinthium* L.	**42,6**
Gentianées	5 (**)	22,0	*Swertia perennis* L.	**21,2**
Labiées	25	10,2	*Satureia grandiflora* L.	18,1
			Calamintha Acinos L.	11,5
			Nepeta Nepetella L.	13,3
			soit en moyenne	**14,3**
			du massif de la Grande Chartreuse (de 900 à 1000 m)	
Ombellifères...	14	21,2	*Astrantia major* L.	23,0
			Ægopodium Podagraria L.	25,8
			soit en moyenne	**24,4**
Valérianées	2 (***)	10,4	*Valeriana sambucifolia* Mikan	**27,8**
Gentianées	5	22,0	*Gentiana lutea* L.	**55,5**
Joncacées	5	22,2	*Luzula nivea* (L.) D. C.	**56,6**

(*) *Saxifraga granulata* L. et *Saxif. sponhemica* Gml avec respectivement 16,0 et 7,9 mg de Rb par kilogramme sec.

(**) Dont une espèce de montagne *Gentiana acaulis* G. G. et une espèce aquatique *Lymnanthemum peltatum* Gml avec des teneurs respectives en Rb de 44,1 et 21,4 mg par kilogramme sec.

(***) *Valeriana officinalis* L. et *Valer. Phu* L. avec respectivement 3,6 et 17,2 mg de Rb par kilogramme sec.

Toutes ces espèces avaient été récoltées en bon état, au début de la floraison. On a pris soin de ne pas les souiller de particules de terre en les tirant de leur place. Comme pour toutes les plantes analysées par nous

jusqu'ici, il n'a été conservé pour le dosage du rubidium que la partie aérienne, séparée des racines par section du collet. Le soir même des excursions, on a complété le nettoyage des échantillons au pinceau, puis on les a divisés en tronçons de 1 à 2 cm que l'on a mis à sécher. L'identification spécifique de ces plantes, en général peu fréquentes, a été assurée par M. Jovet et M. Fargeas du Muséum d'Histoire naturelle.

Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau ci-dessus, divisé en deux colonnes : celle de droite consacrée aux nouvelles analyses, celle de gauche rappelant les teneurs moyennes en rubidium des familles correspondantes, trouvées au cours de nos recherches antérieures ([2]). Dans ce tableau les teneurs en rubidium sont exprimées en milligrammes de métal alcalin par kilogramme de plante séchée à l'étuve à 105° C.

La comparaison des deux séries de résultats est très significative : les espèces récoltées dans la zone des Alpes de 1000 à 3 000 m d'altitude présentent, d'une manière générale et famille par famille, une teneur en rubidium nettement plus élevée que la moyenne des plantes des familles correspondantes que nous avons étudiées antérieurement.

Le cas de *Swertia perennis*, récoltée au Lautaret, ne peut pas être opposé à cette conclusion. La moyenne des espèces de la famille des Gentianées antérieurement analysée résulte, en effet, du rapprochement de cinq espèces seulement dont, coïncidence rare, une était une plante aquatique, par conséquent riche en rubidium, et l'autre une plante de montagne, récoltée au mont Salève (sommet 1380 m). D'après les faits exposés aujourd'hui, nous sommes donc plutôt en présence d'un exemple de plus, celui de *Gentiana acaulis*, de l'influence favorable de l'altitude sur la teneur des plantes en rubidium.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions hypergéométriques.*

Note (*) de M. **Niels Erik Nørlund.**

Considérons l'équation différentielle

$$(1) \qquad z^n(1-z)\frac{d^n y}{dz^n}+\sum_{s=0}^{n-1}(A_s-B_s z)z^s\frac{d^s y}{dz^s}=0.$$

Elle admet trois points singuliers 0, 1 et ∞. En posant $\vartheta y = z(dy/dz)$ elle peut aussi s'écrire sous la forme

$$(2) \qquad (\vartheta-\gamma_1)(\vartheta-\gamma_2)\ldots(\vartheta-\gamma_n)y - z(\vartheta+\alpha_1)(\vartheta+\alpha_2)(\vartheta+\alpha_n)y=0,$$

([2]) *Comptes rendus*, **230**, 1950, p. 343.

(*) Séance du 23 novembre 1953.

L'équation dépend donc de $2n$ paramètres $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ et $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$. É. Goursat a démontré que cette équation admet n solutions linéairement indépendantes qui pour $|z| < 1$ se représentent par les séries hypergéométriques

$$(3) \qquad y_i = z^{\gamma_i} \sum_{\nu=0}^{\infty} z^{\nu} \prod_{s=1}^{n} \frac{\Gamma(\alpha_s + \gamma_i + \nu)}{\Gamma(\gamma_i - \gamma_s + 1 + \nu)} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

pourvu qu'aucune des différences $\gamma_i - \gamma_s$ ne soit un entier ou zéro. Au voisinage du point $z = 1$ l'équation admet en général une solution non holomorphe et toujours $n - 1$ solutions holomorphes. Nous allons considérer ces dernières. Elles se représentent d'une manière très simple par des séries de polynomes hypergéométriques. En effet, la série

$$(4) \quad y_{1,2} = C z^{\gamma_1} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(\alpha_1 + \gamma_1)_\nu (\alpha_2 + \gamma_1)_\nu}{\nu!\,(\alpha_1 + \alpha_2 + \gamma_1 + \gamma_2)_\nu} F\left(\begin{matrix} -\nu, \alpha_3 + \gamma_1, & \alpha_4 + \gamma_1, & \ldots, & \alpha_n + \gamma_1 \\ \gamma_1 - \gamma_3 + 1, & \gamma_1 - \gamma_4 + 1, & \ldots, & \gamma_1 - \gamma_n + 1 \end{matrix} \middle| z\right)$$

où $(\alpha)_\nu = \alpha(\alpha + 1)\ldots(\alpha + \nu - 1)$, converge dans le cercle $|z - 1| < 1$, pourvu que $\Re(\alpha_s + \gamma_2) > 0$, $s = 3, 4, \ldots, n$, et elle représente une solution holomorphe dans ce cercle. Pour la constante C nous prenons l'expression suivante

$$C = \frac{\Gamma(\alpha_1 + \gamma_2)\,\Gamma(\alpha_2 + \gamma_2)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \gamma_1 + \gamma_2)} \frac{\prod_{s=1}^{n} \Gamma(\alpha_s + \gamma_1)}{\prod_{s=3}^{n} \Gamma(\gamma_1 - \gamma_s + 1)}.$$

Cette même solution se représente encore par la série de polynomes suivante

$$(5) \quad y_{1,2} = c z^{\gamma_1} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(\gamma_1 - \gamma_2 + 1)_\nu}{\nu!\,(\alpha_1 + \gamma_1 + \nu)} F\left(\begin{matrix} -\nu, \alpha_2 + \gamma_1, & \alpha_3 + \gamma_1, & \ldots, & \alpha_n + \gamma_1 \\ \gamma_1 - \gamma_2 + 1, & \gamma_1 - \gamma_3 + 1, & \ldots, & \gamma_1 - \gamma_n + 1 \end{matrix} \middle| z\right)$$

convergente pour $|z - 1| < 1$ et $\Re(\alpha_s + \gamma_2) > 0$, $s = 2, 3, \ldots, n$. La constante c a ici la valeur

$$c = \Gamma(\alpha_1 + \gamma_2) \frac{\prod_{s=2}^{n} \Gamma(\alpha_s + \gamma_1)}{\prod_{s=3}^{n} \Gamma(\gamma_1 - \gamma_s + 1)}.$$

Enfin on aura

$$(6) \quad y_{1,2} = K z^{\gamma_1} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(\gamma_1 - \gamma_2 + 1)_\nu}{(\nu + 1)!} F\left(\begin{matrix} -\nu, & \alpha_1 + \gamma_1, & \alpha_2 + \gamma_1, & \ldots, & \alpha_n + \gamma_1 \\ 1, & \gamma_1 - \gamma_2 + 1, & \gamma_1 - \gamma_3 + 1, & \ldots, & \gamma_1 - \gamma_n + 1 \end{matrix} \middle| z\right),$$

où

$$K = \frac{\pi(\gamma_1 - \gamma_2)}{\sin \pi(\gamma_1 - \gamma_2)} \prod_{s=1}^{n} \frac{\Gamma(\alpha_s + \gamma_1)}{\Gamma(\gamma_1 - \gamma_s + 1)},$$

et la série (6) converge si $|z-1|<1$ et $\Re(\alpha_s+\gamma_2)>0$, $s=1, 2, \ldots, n$. Il en résulte que $y_{1,2}$ est symétrique en $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$. Par conséquent les séries (4) et (5) ne changent pas de valeur si l'on permute les α_s. La solution $y_{1,2}$ est aussi symétrique en γ_1 et γ_2. En permutant γ_1 et γ_2 dans les séries (4), (5) et (6) on obtient des nouvelles séries qui représentent la même solution. Si dans $y_{1,2}$ on permute γ_1 et γ_2 avec γ_i et γ_j $i \gtrless j$ on obtient une nouvelle solution que nous désignerons par $y_{i,j}(i, j=1, 2, \ldots, n)$ et qui est encore holomorphe pour $|z-1|<1$.

Entre ces solutions il y a des relations linéaires de la forme

$$\sin\pi(\gamma_h-\gamma_i)y_{h,i}+\sin\pi(\gamma_i-\gamma_j)y_{i,j}+\sin\pi(\gamma_j-\gamma_h)y_{j,h}=0$$

mais les solutions $y_{i,j}$ $j=1, 2, \ldots i-1, i+1, \ldots n$ sont linéairement indépendantes et elles forment un système fondamental avec la solution non holomorphe au point $z=1$. La solution $y_{i,j}$ holomorphe pour $|z-1|<1$ s'exprime par les séries hypergéométriques (3) de la manière suivante

$$y_j-y_i=\frac{\sin\pi(\gamma_i-\gamma_j)}{\pi}y_{i,j}.$$

L'équation (2) ne change pas si l'on remplace z par $1/z$ en même temps qu'on permute les α_s et γ_s. En effectuant cette permutation dans la série (3) on obtient une nouvelle série hypergéométrique $\bar{y}_i$ convergente pour $|z|>1$ et satisfaisant à l'équation (2). De même en remplaçant z par $1/z$ et en permutant les α_s et γ_s dans $y_{i,j}$ on obtient une nouvelle solution $\bar{y}_{i,j}$ holomorphe au $z=1$. Cette solution se représente par des séries de polynomes convergentes dans le demi-plan $\Re(z)>1/2$. Entre ces dernières solutions on a la relation suivante

$$\bar{y}_j-\bar{y}_i=\frac{\sin\pi(\alpha_i-\alpha_j)}{\pi}\bar{y}_{i,j}.$$

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le Bureau de l'Académie une Médaille à l'effigie de M. **Pierre-Paul Grassé**, gravée par Muller.

M. **Eugène Darmois** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. **Paul Walden** intitulé : *Histoire de la Chimie*, qu'il a traduite et préfacée.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Physique générale en remplacement de M. *Jean Becquerel*, décédé.

Le nombre de votants étant 67, le scrutin donne les résultats suivants :

	Nombre de suffrages. 1er tour	2e tour
M. Francis Perrin	27	47
M. Marcel Pauthenier	13	12
Mme Irène Joliot-Curie	10	1
M. Jean Lecomte	9	5
M. Marcel Laporte	3	2
M. Alfred Kastler	2	
M. René Lucas	1	
Bulletins blancs	2	

M. **Francis Perrin**, ayant obtenu la majorité des suffrages, est proclamé élu. Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement de la République.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Manne Siegbahn** est élu Associé étranger en remplacement de M. *Serge Winogradsky*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Harald Bohr. Collected mathematical Works*, in three volumes. III. *Almost periodic functions continued Linear congruences. Diophantine approximations. Function theory. Addition of convex curves. Other papers. Encyclopædia article. Supplements.*

2° *Glasgow University Calendar* 1953-1954.

3° Ray Society. *British Spiders*, by G. H. Locket and A. F. Millidge. Vol. II.

4° Comissâo reguladora de comércio de Arroz (Lisboa). *O Arroz* (*Estudo Botânico*), por João de Carvalho e Vasconcellos.

5° Université de Paris. *Les Conférences du Palais de la Découverte*. Série A, n° 185. Série D, n° 24.

6° Pierre A. G. Vassal. *Répartition et morphologie du système pileux suivant les types humains. — Études de quelques asymétries fonctionnelles. — Enquête anthropologique dans le Département des Hautes-Alpes : résultats préliminaires.*

7° Marc-Étienne Ficatier et Pierre Vassal. *Les Lapons du Finnmark. Essai de Géographie humaine et de Psychologie des Peuples.*

8° Service géologique du Maroc. *Notes et Mémoires*, n° 72 *bis* : *Carte géolo-*

gique provisoire des environs de Casablanca au 1/200 000ᵉ, et *Notice explicative*, par GEORGES LECOINTRE et MARCEL GIGOUT. — *Carte géologique d'exploration du territoire autonome du Tadla*, par JACQUES BOURCART. — *Feuille Hammada du Guir au 500 000ᵉ*, par GEORGES CHOUBERT.

ALGÈBRE. — *Sur les demi-groupes ne contenant pas d'élément idempotent.* Note de Mlle **MARIANNE TEISSIER**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. *Étude des applications homomorphes d'un demi-groupe admettant la division à gauche et ne contenant pas d'élément idempotent sur un demi-groupe contenant au moins un idempotent.* Le demi-groupe image D', qui admet nécessairement la division à gauche, a alors une structure connue ([1]). Rappelons que l'idempotent e' est élément-unité ou groupe $e'D'$, et que le quotient à gauche dans D' est unique.

THÉORÈME. — *Étant donné un demi-groupe* D *admettant la division à gauche et n'ayant pas d'élément idempotent, pour qu'il existe un demi-groupe avec idempotent homomorphe à* D *il faut et il suffit que* D *contienne un sous-demi-groupe* E *unitaire à droite* ([2]) *et vérifiant* $ea\mathrm{E} \subseteq \mathrm{E}a$ *pour tout* $ea \in \mathrm{ED}$. E *est une classe dans cet homomorphisme.*

LEMME. — *Soit* D *un demi-groupe admettant la division à gauche,* S *un sous-demi-groupe de* D *admettant également la division à gauche; pour tout* $a, b \in \mathrm{D}$, *deux ensembles* $\mathrm{S}a$, $\mathrm{S}b$ *distincts sont disjoints.* En effet $\mathrm{S}a \cap \mathrm{S}b \neq \emptyset \to \exists s_1, s_2 \in \mathrm{S} : s_1 a = s_2 b$; mais S admettant la division à gauche, $\mathrm{S}s_1 = \mathrm{S}s_2 = \mathrm{S}$, d'où $\mathrm{S}s_1 a = \mathrm{S}s_2 b = \mathrm{S}a = \mathrm{S}b$.

1° Soit D un demi-groupe avec division à gauche et sans idempoteut; supposons qu'il existe un demi-groupe D', homomorphe à D, et contenant un idempotent e'. L'ensemble des éléments de D s'appliquant sur e' est un *sous-demi-groupe unitaire* E *à droite de* D. (Il en résulte en particulier que la division à gauche est possible dans D.)

En effet E est un sous-demi-groupe : si $e_1 \to e'$, $e_2 \to e'$, $e_1 e_2 \to e'^2 = e'$; E est unitaire à droite : si $e_1 \to e'$, $e_2 \to e'$, il existe x vérifiant $xe_2 = e_1$; son image x' vérifie $x'e' = e'$, donc $x' = e'$. Pour chaque $a \in \mathrm{D}$, les éléments de $\mathrm{E}a$ s'appliquant sur un même élément de $e'\mathrm{D}'$ que nous appellerons $a' = e'a'$.

2° Réciproquement, deux éléments de D qui ont même image dans $e'\mathrm{D}'$ appartiennent au même sous-ensemble $\mathrm{E}a$. En effet, soit $ea \in \mathrm{E}a$; $ea \to a' = e'a'$. Supposons $x \to a'$. $\exists y \in \mathrm{D} : x = yea$. Dans l'homomorphisme $y \to y'$. et $x = yea \to a' = y'a'$, d'où $y' = e'$. Donc $y \in \mathrm{E}$ et $x \in \mathrm{E}a$. Il en résulte que

(1) A. H. CLIFFORD, *American Journal of Math.*, 70, 1948, p. 521-525.

(2) Un complexe U est dit unitaire à droite si $\mathrm{U} \in \mathrm{U}$, $xu \in \mathrm{U} \to x \in \mathrm{U}$ (*cf.* P. DUBREIL, *Algèbre*, p. 158).

pour tout élément $ea \in \mathrm{ED}$, on a nécessairement $ea\mathrm{E} \in \mathrm{E}a$; en effet pour tout $eae \in ea\mathrm{E}$, $eae \rightarrow e'a'e' = e'a' = a'$, donc $eae \in \mathrm{E}a$, et $ea\mathrm{E} \subseteq \mathrm{E}a$.

3° *Si* E *est un sous-demi-groupe avec division à gauche du demi-groupe avec division à gauche* D, *et si de plus* $ea\mathrm{E} \subseteq \mathrm{E}a$ *pour tout* $ea \in \mathrm{ED}$, *les ensembles* $\mathrm{E}a$ (*que nous appellerons* classes) *forment un groupe*. En effet : $\mathrm{E}a\mathrm{E}b = \mathrm{E}ea\mathrm{E}b \subseteq \mathrm{E}ab$. Donc $\mathrm{E}a\mathrm{E}b = \mathrm{E}ab$ d'après le lemme. E est classe-unité bilatère : $\mathrm{E} \times \mathrm{E}a = \mathrm{E}a$, $\mathrm{E}a\mathrm{E} = \mathrm{E}ea\mathrm{E} \subseteq \mathrm{E}a$, donc $\mathrm{E}a\mathrm{E} = \mathrm{E}a$. Étant donné a, $\exists a^\star$ tel que $a^\star a = e$ ($e \in \mathrm{E}$). Donc $\mathrm{E}a^\star\mathrm{E}a = \mathrm{E}a^\star a = \mathrm{E}$.

4° Si les hypothèses sont les mêmes que dans 3° et si de plus E est *unitaire à droite*, $x\mathrm{D} \cap \mathrm{ED} \neq \emptyset \rightarrow x \in \mathrm{ED}$. Soient en effet $y, a \in \mathrm{D}$, $e \in \mathrm{E}$: $xy = ea$; $ea \in \mathrm{E}a$; comme il existe une classe $\mathrm{E}a^\star$ telle que $\mathrm{E}a\mathrm{E}a^\star = \mathrm{E}$, $\exists z \in \mathrm{ED}$: $xyz = e \in \mathrm{E}$; Or $\exists t \in \mathrm{D}$: $tx = x$, donc $te = e$. Comme E est unitaire à droite $t \in \mathrm{E}$, et $tx = x \in \mathrm{ED}$.

5° Sous les hypothèses de 4° Il existe une équivalence régulière dans laquelle E est une classe. En effet $x\mathrm{E} \cap \mathrm{E} \neq \emptyset \rightarrow x\mathrm{E} \subseteq \mathrm{E}$ (E étant unitaire à droite); $\mathrm{E}y \cap \mathrm{E} \neq \emptyset \rightarrow \mathrm{E}y = \mathrm{E}$ (d'après le lemme); $x\mathrm{E}y \cap \mathrm{E} \neq \emptyset \rightarrow x\mathrm{E}y \subseteq \mathrm{E}$; en effet $x\mathrm{E}y \cap \mathrm{E} \neq \emptyset \rightarrow x\mathrm{D} \cap \mathrm{ED} \neq \emptyset$ donc $x \in \mathrm{ED}$ d'après 4° Donc $x = ex_1$ et $x\mathrm{E}y = ex_1\mathrm{E}y \subseteq \mathrm{E}xy$. Par conséquent $\mathrm{E}xy \cap \mathrm{E} \neq \emptyset$, d'où $\mathrm{E}xy = \mathrm{E}$ et $x\mathrm{E}y \subseteq \mathrm{E}$. Il en résulte ([3]) qu'il existe au moins une équivalence régulière dans laquelle E est une classe.

2. *Étude des demis-groupes ayant des idéaux minimaux qui ne contiennent pas d'élément idempotent.* — On sait que, si un demi-groupe contient un idéal à gauche minimal qui possède au moins un élément idempotent, tous les idéaux à gauche contenu dans ce demi-groupe sont des *demi-groupes isomorphes* ([1]). Nous allons montrer qu'il n'en est pas nécessairement ainsi dans le cas envisagé. Pour cela, il suffit de se borner au cas d'un demi-groupe contenant deux idéaux à gauche minimaux dont il est la réunion, c'est-à-dire un demi-groupe formé par la réunion de deux demi-groupes G_1 et G_2 vérifiant :

$$(\mathfrak{A}) \qquad \alpha_1 \in \mathrm{G}_1 \rightarrow \mathrm{G}_1\alpha_1 = \mathrm{G}_2\alpha_1 = \mathrm{G}_1, \qquad \alpha_2 \in \mathrm{G}_2 \rightarrow \mathrm{G}_1\alpha_2 = \mathrm{G}_2\alpha_2 = \mathrm{G}_2$$

Construisons un tel demi-groupe : pour cela donnons-nous un ensemble $\mathcal{E}$ dénombrable dans lequel on fait deux partitions distinctes en classes disjointes, soient $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$ et posons $\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2$. Supposons qu'il existe au moins une suite infinie $\mathcal{S}$ de classes mod $\mathcal{R}$ telles que deux quelconque d'entre elles ne soient congrues ni mod $\mathcal{R}_1$ ni mod $\mathcal{R}_2$ (pour cela, il faut et il suffit que $\mathcal{E}$ ne soit pas la réunion d'un nombre fini de classes mod $\mathcal{R}_1$ et d'un nombre fini de classes mod $\mathcal{R}_2$). Désignons par G_1 l'ensemble de *toutes* les applications α_1 de $\mathcal{E}$ dans lui-même vérifiant les conditions suivantes : 1° si $x \equiv y$ ($\mathcal{R}_1$), $\alpha_1(x) = \alpha_1(y)$; 2° la correspondance entre la classe mod $\mathcal{R}_1$ contenant x et la classe mod $\mathcal{R}_1$ contenant $\alpha_1(x)$ est biunivoque; 3° les classes mod $\mathcal{R}_1$

([3]) M. TEISSIER, *Comptes rendus*, **232**, 1951, p. 1987.

contenant les $\alpha_1(x)$ décrivent, pour α_1 donné, une partie $\mathfrak{S}'$ d'une suite $\mathfrak{S}$ telle que $\mathfrak{S}-\mathfrak{S}'$ contienne une infinité de classes. Si l'on appelle G_2 l'ensemble des applications α_2 définies de la même façon que les α_1, mais en remplaçant $\mathcal{R}_1$ par $\mathcal{R}_2$, un raisonnement analogue à celui qui a été employé pour le « demi-groupe de Baer et Lévi généralisé » ([4]) montre que les relations ($\mathcal{A}$) sont vérifiées.

G_1 et G_2 ne sont pas nécessairement des demi-groupes isomorphes; pour le montrer, prenons le cas particulier suivant : pour $\mathcal{R}_1$ au moins une classe contient plus d'un élément; pour $\mathcal{R}_2$ chaque classe contient un seul élément. Les α_1 sont les applications de $\mathcal{E}$ dans lui-même vérifiant 1°, 2° et 3° (3° s'exprime ici plus simplement : il existe une infinité de classes mod $\mathcal{R}_1$ ne contenant aucune image). Les α_2 sont les applications de $\mathcal{E}$ dans lui-même pour lesquelles deux éléments de $\mathcal{E}$ distincts ont des images dans des classes distinctes mod $\mathcal{R}_1$, le nombre de classes ne contenant aucune image étant infini. G_1 et G_2 ne sont pas isomorphes, la règle de simplification étant valable dans G_2 et non dans G_1.

ALGÈBRE. — *Problèmes d'extension concernant les N-groupes; inversion de la formule de Hausdorff.* Note de M. **Michel Lazard**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Certains problèmes d'extension et de prolongement, classiques dans le cas des groupes abéliens, sont résolus pour des groupes nilpotents et des N-groupes vérifiant des conditions appropriées. Les résultats obtenus s'appliquent à l'étude de groupes définissables par la formule de Hausdorff. Les démonstrations seront prochainement publiées.

A. *Définitions et notations.* — P désignant un ensemble de nombres premiers, n un entier positif, on exprimera par n/P le fait que tous les facteurs premiers de n appartiennent à P.

Les groupes seront notés multiplicativement, leur unité représentée par 1.

Un groupe G sera dit *sans* P-*torsion* si $x \in G$, n/P et $x^n = 1$ impliquent $x = 1$; resp. P-*divisible* si $x \in G$, n/P impliquent qu'il existe $y \in G$ avec $y^n = x$; resp. *de* P-*torsion* si $x \in G$ implique qu'il existe n avec n/P et $x^n = 1$.

Une *suite de sous-groupes* (H_i) dans G sera toujours une suite décroissante commençant à G : $H_1 = G \supset H_2 \supset \ldots \supset H_i \supset H_{i+1} \supset \ldots$ Nous dirons que (H_i) est une suite *finie* si $H_i = (1)$ à partir d'une certaine valeur de i; resp. une suite *séparante* si $\bigcap_i H_i = (1)$. Nous dirons que (H_i) est une suite *centrale* si $x \in G$, $y \in H_i$ impliquent $xyx^{-1}y^{-1} \in H_{i+1}$ (pour tout i); resp. une N-*suite* si $x \in H_i$, $y \in H_j$ impliquent $xyx^{-1}y^{-1} \in H_{i+j}$ (pour tous i, j).

([4]) M. Teissier, *Comptes rendus*, **236**, 1953, p. 1120.

Étant donné une suite séparante de sous-groupes invariants (H_i) dans G, nous dirons que G est (H_i)-complet s'il est complet pour la topologie obtenue en prenant (H_i) comme système fondamental de voisinages de 1, que nous appellerons la (H_i)-topologie de G.

(P_i) désignera une suite d'ensembles de nombres premiers vérifiant $P_1 \subset P_2 \subset \ldots P_i \subset P_{i+1} \subset \ldots$; (U_i) désignera la suite (P_i) particulière où U_i est l'ensemble des nombres premiers au plus égaux à i (U_1 est l'ensemble vide).

B. Théorème I. — *Soient* G *et* H *deux groupes,* (K_i) *et* (L_i) *des suites centrales dans* G *et* H *respectivement;* G' *un sous-groupe de* G, f *un homomorphisme de* G' *dans* H. *On suppose que* H *est* (L_i)*-complet et que, pour tout* i : $f(G' \cap K_i) \subset L_i$; $K_i/(K_i \cap G')K_{i+1}$ *est un groupe de* P_i*-torsion;* L_i/L_{i+1} *est* P_i*-divisible et sans* P_i*-torsion. Alors il existe un homomorphisme* g *et un seul de* G *dans* H *qui prolonge* f *et qui vérifie* $g(K_i) \subset L_i$ *pour tout* i.

Théorème II. — *Soit* G *un groupe,* (H_i) *une suite centrale (resp.* N*-suite) séparante dans* G *telle que* K_i/K_{i+1} *soit sans* P_i*-torsion pour tout* i. *Alors on peut construire un groupe* $\overline{G}$ *contenant* G *et une suite centrale (resp.* N*-suite) séparante* $(\overline{K}_i)$ *dans* $\overline{G}$, *tels que* $\overline{G}$ *soit* $(\overline{K}_i)$*-complet et que les conditions suivantes soient vérifiées pour tout* i : $K_i = \overline{K}_i \cap G$; $\overline{K}_i/\overline{K}_{i+1}$ *est* P_i*-divisible et sans* P_i*-torsion;* $\overline{K}_i/K_i\overline{K}_{i+1}$ *est un groupe de* P_i*-torsion.* $\overline{G}$ *et* $(\overline{K}_i)$ *sont déterminés à un isomorphisme canonique près conservant les éléments de* G.

Théorème III. — *Soient* G *un groupe,* (H_i) *une suite centrale (resp.* N*-suite) finie dans* G. *La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une suite centrale (resp.* N*-suite) finie* (K_i) *dans* G *telle que, pour tout* i, $K_i \supset H_i$ *et que* K_i/K_{i+1} *soit sans* P_i*-torsion est que* H_i *soit sans* P_i*-torsion (pour tout* i*).*

C. Théorème IV. — *Soient* G *un groupe,* (H_i) *une suite centrale séparante dans* G. *On suppose que* G *est* (H_i)*-complet et que, pour tout* i, H_i/H_{i+1} *est* U_i*-divisible et sans* U_i*-torsion. Alors, étant donnés deux éléments quelconques* x *et* y *de* G, *il existe une suite* (a_i) *d'éléments de* G *et une seule telle que* $a_i \in H_i$ *pour tout* i, *et que* $x^t y^t = a_1^t a_2^{t^2} \ldots a_i^{t^i} \ldots$ *pour tout entier* t, *le produit convergeant au sens de la* (H_i)*-topologie. Si l'on pose* $x + y = a_1$, $[x, y] = a_2^2$, *on définit sur* G *une structure d'*anneau de Lie, *et l'on peut reconstruire la structure de groupe sur* G *au moyen de la formule de Hausdorff, en convenant de choisir dans* H_i *les termes de degré total* i *de cette formule (pour tout* i*)* [1].

Le théorème IV conduit, lorsqu'il est applicable, à des structures *caractéristiques* d'anneau de Lie dans le cas des N-*groupes de torsion* et des N-*groupes sans* N-*torsion* (c'est-à-dire possédant une suite centrale séparante dont les quotients soient sans torsion). Cela n'est pas vrai dans le cas général, comme

---

[1] Une définition plus constructive de $x + y$ et de $[x, y]$ est obtenue au moyen des formules d'inversion de la formule de Hausdorff, signalées dans une Note antérieure (*Comptes rendus*, **236**, 1953, p. 36).

le montre un contre-exemple. J'ignore actuellement si deux structures d'anneau de Lie définies sur un même groupe G par le procédé du théorème IV sont toujours transformées l'une en l'autre par un automorphisme du groupe G.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'étude des noyaux primaires et sur un théorème de divisibilité des fonctions entières de n variables.* Note de M. **Pierre Lelong**, présentée par M. Paul Montel.

Une méthode précédente ([1]) conduit à représenter une fonction entière de n variables ayant des zéros donnés W^{n-1} à partir de potentiels de noyaux primaires dont on donne des majorations précises. Si W^{n-1} a une indicatrice de croissance d'ordre fini, toute fonction entière nulle sur W^{n-1} est divisible par une fonction entière du même ordre déduite d'un potentiel de noyaux primaires.

Soit $\{U_i, f_i(z)\}$ une variété analytique complexe W^{n-1} définie localement, ou donnée de Cousin dans un domaine D, constituée par un recouvrement de D par des domaines U_i et des fonctions $f_i(z_1, \ldots, z_n) = f_i(z)$ holomorphes dans U_i, $f_i f_j^{-1}$ étant holomorphe dans $U_i \cap U_j$. On note $V^{i,\alpha}$ la dérivée de V par rapport à z_i, $\bar{z}_\alpha$; on désigne par $\omega(V)$ et l'on donne le sens d'un courant à la forme $\omega(V) = i\pi^{-1}\Sigma_{p,\alpha} V^{p,\alpha}\, dz_p \wedge d\bar{z}_\alpha$ associée à une fonction plurisousharmonique V; on note $|a - z|$ la distance de $a = (a_k)$, $z = (z_k)$ dans l'espace $C^n(z_k)$.

Proposition 1. — *Une donnée $\{U_i, f_i\}$ de zéros dans un domaine D y définit un courant ω qui vaut $\omega_i = \omega[\log|f_i(z)|]$ sur chaque domaine U_i.*

On a en effet $\omega_i = \omega_j$ sur $U_i \cap U_j$. A partir de ω on définit l'aire ([2]) $d\sigma$ de W^{n-1}, comme mesure de Radon positive, par le courant

$$d\sigma = \omega \wedge \beta_{n-1} = k_n\, d\mu, \qquad k_n = 2\pi^{n-1}[(n-2)!]^{-1}.$$

Proposition 2. — *Soit $d\sigma$ l'aire d'une donnée W^{n-1} de zéros sur le domaine compact Δ. La forme*

$$\omega[I^\Delta(z)] = \omega\left\{\int_\Delta d\sigma(a)\,|a - z|^{2-2n}\right\} = \frac{i}{\pi}\Sigma_{p,\alpha} A_{p,\alpha}\, dz_p \wedge d\bar{z}_\alpha$$

a pour coefficients $A_{p,\alpha}$ des fonctions harmoniques dans l'intérieur de $\Delta - W^{n-1}$ qui se prolongent comme fonctions harmoniques régulières sur l'intérieur de Δ.

Définition. — *Nous dirons qu'une donnée W^{n-1} de zéros dans C^n est d'ordre fini λ si $\mu(t) = k_n^{-1}\sigma(t)$ étant la mesure portée par la boule $B(0, t)$ de centre l'origine, de rayon t, l'indicatrice définie par $\nu(t) = (2n-2)\mu(t)t^{2-2n}$ si $n \geq 2$, par $\nu(t) = \mu(t)$ si $n = 1$, satisfait à* $\limsup_{t=\infty}[\log\nu(t)/\log t] = \lambda$.

([1]) *Cf.* P. Lelong, *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 691 (Note A) et 237, 1953, p. 865 (Note B).

([2]) *Cf.* P. Lelong, Note citée A et *Ann. Éc. Norm. Sup.*, 67, 1950, p. 393-419.

Définition. — *On appelle noyau primaire de genre l'entier* $q \geqq 0$, *de la dimension complexe n, la fonction définie pour* $|a| \neq 0$, $z \neq a$, *par*

$$e_n(a, z, q) = -|a - z|^{2-2n} + \sum_{k=0}^{k=q} P_k(z_i, \bar{z}_\alpha; a) \tag{1}$$

obtenue, au signe près ([3]), *par suppression, dans le développement du noyau* $|a - z|^{2-2n}$ *en série de polynomes homogènes des* $(z_i, \bar{z}_\alpha)$, *des termes de degré q au plus.*

Théorème. — 1° *Si la donnée de zéros* W^{n-1} *dans* C^n *ne contient pas l'origine et a une indicatrice* $\nu(t)$ *d'ordre fini* λ, *il existe une fonction entière* F *d'ordre* λ *dont* W^{n-1} *est la variété* $F = 0$; *elle est définie par*

$$\text{(A)} \quad \begin{cases} \log|F(z)| = k_n^{-1} I_q(z) = k_n^{-1} \int d\sigma(a) e_n(a, z, q), \\ \log F(z) = 2k_n^{-1} \int d\sigma(a) \int_{Oz} d_z e_n(a, z, q) + \log F(0); \end{cases}$$

où Oz *est un chemin sur* $C^n - W^{n-1}$; d_z *est la différentielle par rapport aux* z_i *seuls;* $q = E(\lambda) \geqq 0$ *est la partie entière de* λ;

2° *Plus précisément on a*

$$\log|F(z)| \leqq A(n, q)\left[\nu(r\tau^{-1}) + r^q \int_0^r \frac{\nu(t)\,dt}{t^{q+1}} + r^{q+1} \int_r^\infty \frac{\nu(t)\,dt}{t^{q+2}}\right] = K(r), \tag{2}$$

où $r = |z| = \left[\Sigma_i z_i \bar{z}_i\right]^{\frac{1}{2}}$, $\tau = [(q + 2n - 2)(q + 2n - 1)]^{2n-2}$; $A(n, q)$ *est un polynome de degré* $2n$ *au plus en* q.

3° *Toute fonction entière nulle sur* W^{n-1} *est divisible par* F.

La démonstration sera donnée ailleurs en détails; elle comporte une étude précise du noyau primaire $e_n(a, z, q)$.

Proposition 3. — 1° *Pour* $|z| = r \leqq |a|\tau$, *on a*

$$|e_n(a, z, q)| \leqq e(q + 2n - 1)^{2n} |a|^{-(2n+q-1)} r^{q+1}.$$

2° *Pour* $|z| = r \geqq |a|\tau$, *on a*

$$e_n(a, z, q) \leqq e(q + 2n - 2)^{2n-1}(e^{2n-2} - 1)(2n - 2)^{-1} |a|^{-(2n+q-2)} r^q.$$

On montre après une régularisation convenable

$$A_{p,\alpha}(z) = \int A_{p,\alpha}(z + u)\varphi_r(u)\,d\tau,$$

([3]) On a modifié le signe adopté dans la Note B pour le noyau primaire afin de faciliter la comparaison avec le cas $n = 1$; on remarquera : 1° $e_1(a, z, q) = \log|E(z/a, q)|$ où $E(u, q)$ est le facteur primaire de Weierstrass; 2° pour $n \geqq 2$, $e_n(a, z, q)$ est fonction sousharmonique de z, mais n'est plus fonction plurisousharmonique de z; 3° le passage du cas général au cas $n = 1$ permet d'en retrouver les résultats connus mais exige quelques précautions en ce qui concerne les coefficients fonctions de q et de n.

[φ_r noyau dérivable ne dépendant que de $|u|$, nul en dehors de $2^{-1}kr < |u| < kr$, $k = (q + 2n - 1)^{-1}$] que les coefficients $A_{p,\alpha}$ de la forme différentielle

$$\omega\left[\int d\sigma(a)\, e_n(a, z, q)\right] = \omega[I_q(z)]$$

se réduisent à des polynomes harmoniques de degré $p \leqq \sup(0, \lambda - 2)$. Ils sont donc identiquement nuls. On pose alors $\log|F(z)| = I_q(z)$; $F(z)$ est une fonction holomorphe uniforme car on a pour un cycle K^1 frontière d'une chaîne $K^2 \subset (U_s - W^{n-1})$,

$$\int_{K^1} 2\, d_c(+1) = -2\pi i \int_{K^2} \omega\{\log f_s(z)\} = -2\pi i N,$$

N étant un entier.

Remarques. — 1° Pour tout entier $q \geqq E(\lambda)$, la forme $\omega\left\{\int d\sigma(a) e_n(a, z, q)\right\}$ disparaît, l'intégrale étant étendue *à la totalité de la mesure* $d\sigma$ dans C^n. De même on a $\omega\left\{\int d\sigma(a) P_q(z_i, \bar{z}_j; a)\right\} \equiv 0$ pour $q \geqq E(\lambda)$.

2° Pour que W^{n-1} soit algébrique, il faut et il suffit que l'indicatrice $\nu(t)$ soit bornée. La démonstration résulte de (2) avec $q = 0$.

ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES. — *Quelques propriétés des intégrales d'une classe d'équations singulières dans certains domaines.*

Note de M. **Pierre Brousse**, présentée par M. Joseph Pérès.

Reprenant des notations antérieures (1) nous nous proposons d'indiquer de nouvelles propriétés des intégrales des équations (E_V) et (E_S) dans des domaines D particuliers.

1. *Supposons d'abord que la courbe* Γ *soit une demi-circonférence* de rayon R, de centre O. Désignons par Σ la sphère ayant Γ pour demi-grand cercle, par Q un point quelconque de cette sphère, par θ l'angle $\widehat{xOQ}$ et par δ la distance de Q au plan xOy. Soit d'autre part $\psi(\theta)$ une fonction continue à l'intérieur de l'intervalle $(0, \pi)$, sauf peut-être en un nombre fini de points de discontinuités de première espèce E_i, et telle que le produit $\psi(\theta).(\sin\theta)^{k+1}$ tende vers une limite finie lorsque θ tend vers zéro ou vers π. Alors, la fonction S(M), solution régulière de l'équation (E_S) dans D, prenant la valeur $\psi(\theta)$ en tout point de Γ où cette fonction est continue, telle que les produits $S(M).\log E_iM$ s'annulent en E_i et que le produit $S(M).y^{k+1}$ s'annule à l'intérieur du segment

(1) *Comptes rendus*, 236, 1953, p. 1731.

AB et soit borné en A et en B est

$$S(M) = \frac{k+2}{4\pi R} \iint_{\Sigma} \psi(Q) \frac{\delta^{k+1}(R^2 - OM^2)}{(MQ)^{k+4}} d\sigma$$

La valeur correspondante de V(M) s'en déduit aisément.

Parmi les conséquences de cette formule, citons les suivantes :

— la fonction précédente peut-être définies dans le cercle entier limité par Γ et son symétrique par rapport à Ox (²);

— toute intégrale de l'équation (E_s) régulière et positive dans le demi-plan $y > 0$ et bornée sur Ox est une constante;

— toute intégrale de l'équation (E_s) régulière dans le demi-plan $y > 0$, bornée sur Ox et s'annulant uniformément à l'infini est identiquement nulle.

2. Considérons maintenant *le domaine* D *infini* où la courbe Γ est formée des deux demi-droites ($x \geq a$, $y = 1$), ($x \leq -a$, $y = 1$), a étant une longueur fixe, et d'un arc C joignant les origines des deux demi-droites. Soit D_1 la demi-bande commune à D et au demi-plan $x > l$, la longueur l étant suffisamment grande pour que la droite $x = l$ ne coupe pas C.

Pour des valeurs frontières continues et bornées sur ($Ox + \Gamma$) le problème de Dirichlet relatif à D et à (E_v) a une infinité de solutions. On peut étudier ces solutions en utilisant les fonctions

$$\psi_i(y) = \sqrt{y}\, J_{\frac{k+1}{2}}(c_i y) \qquad (i, \text{ entier positif})$$

où $J_{\frac{k+1}{2}}$ est la fonction de Bessel et c_i les racines de l'équation $J_{\frac{k+1}{2}}(t) = 0$.

Les fonctions $\psi_i(y)$ sont encore les fonctions fondamentales du noyau

$$H(y, \eta) = \begin{cases} \dfrac{\eta^{1+\frac{k}{2}}}{1+k}\left(y^{-\frac{k}{2}} - y^{1+\frac{k}{2}}\right) & \text{pour} \quad 0 < \eta \leq y, \\[2ex] \dfrac{y^{1+\frac{k}{2}}}{1+h}\left(\eta^{-\frac{k}{2}} - \eta^{1+\frac{k}{2}}\right) & \text{pour} \quad y \leq \eta < 1, \end{cases}$$

dans l'intervalle (0, 1).

D'où la possibilité de former des identités entre fonctions ψ_i ou entre fonctions de Bessel. Par exemple, si $f(t)$ est une fonction quelconque de la forme $t^\gamma \varphi(t)$, γ étant une constante supérieure à -2 et $\varphi(t)$ étant continue sur $[0, 1]$, on a

$$\int_0^1 \psi_i(y)\Big[f(y) - c_i^2 \int_0^1 f(\eta).H(y, \eta)\, d\eta\Big]\, dy = 0.$$

(²) Ce dernier résultat est à rapprocher de celui annoncé dans une Note par M. A. Huber [*On the uniqueness of generalized axially symmetric potentials* (*Bull. Amer. Math. Soc.*, 1953, p. 160)].

Revenant à l'équation (E_v) nous montrons qu'on peut lui appliquer les méthodes de M. Bouligand ([3]). Voici quelques-unes des propriétés obtenues parmi les plus simples :

Dans D_1, toute solution $V(x, y)$, régulière, s'annulant pour $y = 0$ et pour $y = 1$ est développable sous la forme

$$V(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} (A_i e^{-c_i x} + B_i e^{c_i x}) y^{\frac{k}{2}} \psi_i(y) \qquad (A_i, B_i, \text{ constantes}).$$

Cette série est uniformément convergente pour $0 \leq y \leq 1$.

— Dans D, le problème de Dirichlet relatif à (E_v), et pour des valeurs frontières continues et bornées, a une solution unique $V(x, y)$ telle que le produit $e^{-c_1 x} V(x, y)$ tende uniformément vers zéro lorsque le point (x, y) de D s'éloigne indéfiniment. Lorsque cette solution s'annule sur Ox et se réduit sur Γ à une constante K pour x suffisamment grand, la différence $V(x, y) - K y^{k-1}$ a, en général

$$A_1 e^{-c_1 x} y^{\frac{k}{2}} \psi_1(y) \qquad (A_1, \text{ constante})$$

pour valeur asymptotique quand x augmente indéfiniment.

— La fonction de Green relative à (E_v) et à la bande $0 < y < 1$ est

$$\sum_{i=1}' \frac{\pi}{c_i} e^{-c_i |x-\xi|} \left(\frac{y}{\eta}\right)^{\frac{k}{2}} \bar{\psi}_i(y) \bar{\psi}_i(\eta),$$

la suite $\bar{\psi}_i$ étant la suite ψ_i normée. Dans la bande, cette série est uniformément convergente sur toute droite $x = \text{const.} \neq \xi$.

Les propriétés précédentes s'appliquent en particulier aux fonctions harmoniques.

GÉOMÉTRIE. — *Compatibilité des équations de la théorie unitaire d'Einstein-Schrödinger.* Note de M. **André Lichnerowicz**, présentée par M. Joseph Pérès.

Analyse de la structure des équations de la théorie unitaire d'Einstein-Schrödinger (équations dites faibles). Le problème de Cauchy correspondant admet en général une solution physiquement unique.

1. Sur une variété différentiable V_4 au moins de classe (C^2, C^4 par morceaux) ([1]), on considère un tenseur $g_{\alpha\beta}$(α, β, tout indice grec $= 0, 1, 2, 3$) tel

---

([3]) *Sur les fonctions de Green et de Neumann du cylindre.*

([1]) Voir Lichnerowicz, *Cours du Collège de France,* 1952-1953 (ronéotypé) p. 4-6 et p. 26-31.

que $g = \text{dét}(g_{\alpha\beta}) \neq 0$, $h = \text{dét}(g_{(\alpha\beta)}) \neq 0$ [2]. Sous ces conditions, il existe [3], sauf dans un cas singulier que nous écarterons, une connexion affine $L^{\rho}_{\alpha\beta}$ et une seule satisfaisant aux relations

$$\partial_\rho g_{\lambda\mu} - L^{\sigma}_{\lambda\rho} g_{\sigma\mu} - L^{\sigma}_{\rho\mu} g_{\lambda\sigma} = 0. \tag{1}$$

Le tenseur $g_{\alpha\beta}$ est supposé satisfaire aux équations

$$\partial_\rho \mathfrak{g}^{[\rho\beta]} = 0 \tag{2}$$

et l'on en déduit $L^{\rho}_{\lambda\rho} = L^{\rho}_{\rho\lambda}$. Les équations adoptées pour le champ sont [4]

$$R_{(\alpha\beta)} = 0, \qquad R_{[\alpha\beta]} = \frac{2}{3}(\partial_\alpha \Gamma_\beta - \partial_\beta \Gamma_\alpha); \tag{3}$$

où $R_{\alpha\beta}$ désigne le tenseur d'Einstein de la connexion L et Γ_α un vecteur. Si l'on pose

$$H_\rho{}^\lambda = R_{\rho\sigma} g^{\lambda\sigma} + R_{\sigma\rho} g^{\sigma\lambda}, \qquad K_\rho{}^\lambda = H_\rho{}^\lambda - \frac{1}{2} \delta^\lambda_\rho H_\sigma{}^\sigma,$$

pour toute solution de (1) et (2), on a les « identités de conservation »

$$\partial_\lambda(\mathfrak{K}_\rho{}^\lambda) + \frac{1}{2} R_{\alpha\beta} \partial_\rho \mathfrak{g}^{\alpha\beta} = 0. \tag{4}$$

2. Soit S une hypersurface de V_4 définie localement par $x^0 = 0$. *Nous supposerons* $\mathfrak{g}^{00} \neq 0$. *La connaissance des quantités* g_{ij}, $\mathfrak{g}^{[0i]}$, $\mathfrak{g}^{(0\lambda)}$ (i, j, tout indice latin $= 1, 2, 3$) *est alors équivalente à celle du tenseur* $g_{\alpha\beta}$. Le système (2) s'écrit

$$\partial_0 \mathfrak{g}^{[0i]} + \partial_k \mathfrak{g}^{[ki]} = 0, \tag{2a}$$

$$\partial_k \mathfrak{g}^{[k0]} = 0. \tag{2b}$$

Nous appelons *données de Cauchy* sur S, les valeurs sur S de g_{ij}, $\mathfrak{g}^{[0i]}$, $\mathfrak{g}^{(0\lambda)}$, $\partial_0 g_{ij}$, $\partial_0 \mathfrak{g}^{(0\lambda)}$; (2a) fournit alors les valeurs des $\partial_0 \mathfrak{g}^{[0i]}$. Des identités (4), il résulte que, pour toute solution de (1) et (2), les quatre quantités $K_\rho{}^0$ s'expriment uniquement en fonction des données de Cauchy et de leurs dérivées le long de S.

Considérons au voisinage de S le changement de coordonnées

$$x^{\lambda'} = x^\lambda + \frac{(x^0)^3}{6}[\varphi^\lambda(x^i) + \varepsilon^\lambda] \qquad (\varepsilon^\lambda \to 0 \text{ quand } x^0 \to 0)$$

---

[2] Nous utilisons les notations classiques ( ) et [ ] de symétrisation et antisymétrisation. Le passage d'une lettre latine à la lettre gothique correspondante représente le passage d'un tenseur à la densité tensorielle obtenue par multiplication par $\sqrt{|g|}$.

[3] Voir V. HLAVATY et A. W. SAENZ, *J. Rat. Mech.*, **2**, 1953, p. 528.

[4] Voir A. EINSTEIN, *The Meaning of the Relativity*, App. II; E. SCHRÖDINGER, *Proc. R. Irish Acad.*, **51**, p. 163-171 et p. 205; **216**, 1947, **52**, 1948, p. 1-6.

qui conserve les coordonnées de chaque point de S, les données de Cauchy et les quantités $\partial_{00}g_{ij}$, $\partial_{00}\mathfrak{g}^{[0i]}$. Il permet de donner aux $\partial_{00}\mathfrak{g}^{(0\lambda)}$ des valeurs arbitraires. On en déduit que l'expression explicite des quantités R_{ij}, $R_{[i0]}$, pour toute solution de (1), ne fait intervenir comme dérivées d'indice 2 [5] que les $\partial_{00}g_{ij}$ et $\partial_{00}\mathfrak{g}^{[0i]}$, à l'exclusion des $\partial_{00}\mathfrak{g}^{(0\lambda)}$.

3. Le système (3) est équivalent à l'ensemble des deux systèmes

$$(3a)\qquad R_{ij} = 0, \qquad R_{\underline{ij}} = \frac{2}{3}(\partial_i\Gamma_j - \partial_j\Gamma_i), \qquad R_{\underline{i0}} = \frac{2}{3}(\partial_i\Gamma_0 - \partial_0\Gamma_i),$$

et

$$(3b)\qquad K_i^0 = \frac{2}{3}F_{ik}g^{[0k]}, \qquad K_0^0 = -\frac{1}{3}F_{ij}g^{[ij]} \qquad (F_{ij} = \partial_i\Gamma_j - \partial_j\Gamma_i).$$

Le problème de Cauchy se trouve ainsi partagé en deux : on cherchera d'abord des données de Cauchy satisfaisant à (2b), à

$$(5)\qquad K_i^0 g^{[0i]} = 0 \qquad (\text{avec } g^{[23]}g^{[01]} + g^{[31]}g^{[02]} + g^{[12]}g^{[03]} \neq 0)$$

[qui exprime l'existence d'un tenseur antisymétrique F unique satisfaisant aux deux premières équations (3b)] et enfin telles que la différentielle extérieure de F soit nulle. On déterminera ainsi sur S, à un gradient près, les Γ_i de façon que (3b) *soit satisfait sur* S. On se donnera arbitrairement Γ_0.

4. A partir de ces données, les deux premières équations (3a) fournissent les valeurs sur S des $\partial_0 L_{ij}^0$. Des équations [6]

$$\partial_0 L_{ik}^h g_{hj} + \partial_0 L_{ik}^h g_{ih} + \partial_0 L_{ik}^0 g_{0j} + \partial_0 L_{kj}^0 g_{i0} \equiv \partial_{0k} g_{ij} \equiv 0 \qquad [\text{dét.}\,(g_{ij}) = gg^{00} \neq 0],$$

on peut déduire, sauf dans des cas singuliers [7], les valeurs des $\partial_0 L_{ik}^h$. On a alors

$$\partial_0 L_{h0}^i \equiv -\partial_0 L_{0h}^0 \frac{g^{0i}}{g^{00}}, \qquad \partial_0 L_{0h}^i \equiv -\partial_0 L_{h0}^0 \frac{g^{i0}}{g^{00}}$$

et en utilisant l'expression de $\partial_{00}\mathfrak{g}^{[0i]}$ à l'aide des dérivées d'indice 1 des L, il vient

$$\partial_0 L_{0h}^0 \left[g^{[ih]} - \frac{g^{(0h)}g^{[0i]}}{g^{00}} \right] \equiv 0$$

qui, sauf dans un cas singulier, fournit les valeurs des $\partial_0 L_{0h}^0$, $\partial_0 L_{h0}^0$. On en déduit immédiatement la détermination des valeurs sur S des $\partial_{00}g_{ij}$, détermination qui n'a fait intervenir que les deux premières équations (3a). Inversement *on démontre* que pour ces valeurs des $\partial_{00}g_{ij}$ et celles de $\partial_0\mathfrak{g}^{[0i]}$ fournies par (2a), ces deux premières équations sont satisfaites. La dernière équa-

---

(5) L'indice d'une dérivée est le nombre de fois que l'on dérive par rapport à x^0.

(6) La congruence $\equiv$ est entendue modulo des fonctions des données de Cauchy et de leurs dérivées le long de S.

(7) Voir V. Hlavaty, *J. Rat. Mech.*, 2, 1953, p. 1-13.

tion ($3a$) fournit alors les $\partial_0\Gamma_i$. On peut fixer $\partial_0\Gamma_0$ par une condition auxiliaire invariante $\left[\partial_\alpha\left(g^{(\alpha\beta)}\Gamma_\beta\sqrt{|g|}\right) = 0\right]$.

5. Par dérivations successives des équations ($3a$) par rapport à x^0, on peut déterminer les dérivées d'ordre supérieur et construire (tout au moins dans le cas analytique) une solution du problème de Cauchy relatif à ($3a$). Les identités de conservation montrent que, comme cette solution satisfait sur S à ($3b$), elle y satisfait en dehors de S.

THÉORÈME. — *Sauf dans des cas singuliers, le problème de Cauchy relatif à* (3) *et à des données* (g_{ij}, $\mathfrak{g}^{[0i]}$, $\mathfrak{g}^{(0\lambda)}$, $\partial_0 g_{ij}$, $\partial_0\mathfrak{g}^{[0i]}$, $\partial_0\mathfrak{g}^{(0\lambda)}$; Γ_i, Γ_0) *portées par l'hypersurface* S($x^0 = 0$, $\mathfrak{g}^{00} \neq 0$) *et satisfaisant sur* S *à* (2) *et* ($3b$) *admet une solution unique à un changement de coordonnées permis près.*

Les calculs et démonstrations détaillées paraîtront ailleurs, ainsi que l'analyse des cas singuliers.

GÉOMÉTRIE. — *Application de l'étude des transformations affines aux espaces homogènes riemanniens.* Note (*) de M. **Katsumi Nomizu**, présentée par M. Joseph Pérès.

Application de la méthode de ma Note précédente ([1]) aux espaces homogènes riemanniens G/H-: Irréductibilité de G/H, décomposition canonique de G/H, les formes à dérivées covariantes nulles ([2]).

1. Soit G/H un espace homogène riemannien, c'est-à-dire, un espace homogène d'un groupe de Lie connexe G (H compact) muni d'une métrique définie-positive invariante par G. Il est toujours complet. Il existe dans l'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ de G un sous-espace $\mathfrak{t}$ tel que $\mathfrak{g} = \mathfrak{t} + \mathfrak{h}$ et ad (H). $\mathfrak{t} \subset \mathfrak{t}$, où $\mathfrak{h}$ est la sous-algèbre déterminée par la composante connexe de l'identité de H. $\mathfrak{t}$ peut être identifié avec l'espace tangent au point $p = $ H de G/H. Soit $\mathfrak{t} = \mathfrak{t}_0 + \mathfrak{t}_1 + \ldots + \mathfrak{t}_r$ ($\mathfrak{t}_0$ partie euclidienne) la décomposition canonique de l'espace tangent $\mathfrak{t}$ par le groupe d'holonomie homogène Ψ_p ([1]). Si h est un élément de H, la substitution $s(h)$ qui a été définie dans ([1]) est induite par la transformation h du groupe linéaire d'isotropie $\widetilde{\mathrm{H}}$. On sait donc que les $\mathfrak{t}_i$ ($0 \leq i \leq r$) sont tous invariants par $\widetilde{\mathrm{H}}$.

THÉORÈME 1. — *Si le groupe linéaire d'isotropie d'un espace homogène riemannien* G/H *est irréductible, alors* G/H *est soit localement euclidien, soit irréductible non euclidien.*

Pour chaque i, soit $\mathfrak{h}_i$ le sous-espace de $\mathfrak{h}$ engendré par tous les éléments de la forme $[X, Y]_{\mathfrak{h}}$, $\mathfrak{h}$-composante de $[X, Y]$, X, Y $\in \mathfrak{t}_i$. C'est un idéal de $\mathfrak{h}$. Si

(*) Séance du 23 novembre 1953.

([1]) *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 1308.

([2]) Les théorèmes 1, 2 et 3 ci-dessous ont été obtenus aussi par M. Lichnerowicz.

l'on suppose que G est effectif sur G/H [ce qui entraîne que $\mathfrak{h}$ ne contient pas d'idéal $\neq (0)$ de $\mathfrak{g}$], on peut démontrer, à l'aide des formules algébriques des tenseurs de torsion et de courbure ([3]), que $[\mathfrak{t}_i, \mathfrak{t}_j] = (0)$ et $[\mathfrak{h}_i, \mathfrak{t}_j] = (0)$ pour $i \neq j$. $\mathfrak{t}_i + \mathfrak{h}_i$ est donc un idéal de $\mathfrak{g}$. On a aussi $\mathfrak{h}_0 = (0)$. Il en résulte :

THÉORÈME 2. — *Si* G *est simple (et semi-simple) et effectif sur un espace homogène riemannien* G/H, *alors* G/H *est irréductible non euclidien.*

2. Considérons les champs de sous-espaces tangents $(\mathfrak{t}_i)_q$, $0 \leq i \leq r$, $q \in G/H$, qui sont obtenus par déplacement parallèle de $\mathfrak{t}_i$, et désignons par V_i la variété intégrale maximale de $(\mathfrak{t}_i)_q$ passant par p. Si G/H est simplement connexe, il est produit topologique et riemannien de V_i, $0 \leq i \leq r$ ([4]). Or on sait en vertu du lemme 5 de ([1]) que les champs $(\mathfrak{t}_i)_q$ sont invariants par G. On en déduit que si un point ap, $a \in G$, est contenu dans V_i, alors a transforme V_i dans elle-même. Cela signifie que l'ensemble G_i des éléments $a \in G$ tels que $aV_i \subset V_i$ est un sous-groupe connexe fermé de G tel que $V_i = G_i/H$.

THÉORÈME 3. — *Si* G/H *est un espace homogène riemannien simplement connexe, alors chaque facteur de la décomposition canonique de* G/H *est homogène.*

3. Dans un espace de Riemann compact et orientable toute forme à dérivée covariante nulle est invariante par une transformation quelconque appartenant au plus grand groupe connexe d'isométries ([5]). On va considérer cette question sur G/H.

L'espace tangent $\mathfrak{t}$ admet une métrique euclidienne induite par la métrique donnée de G/H. Cette métrique de $\mathfrak{t}$ induit canoniquement une métrique euclidienne de l'algèbre extérieure A sur le dual de $\mathfrak{t}$. Soit A′ le sous-espace de A des éléments invariants par Ψ_p. Étant donné un élément $a \in G$, prenons un chemin quelconque τ de p à ap et considérons la transformation linéaire $\tau^{-1}a$ de $\mathfrak{t}$ dans lui-même ([1]). $\tau^{-1}a$ induit une transformation linéaire de A′ qui ne dépend pas du choix du chemin τ. Si l'on désigne par $u(a)$ cette transformation linéaire de A′, on voit immédiatement que $a \in G \to u(a)$ est une représentation continue de G dans un groupe orthogonal sur A′. Supposons maintenant que G est simple et sans centre (centre $= \{e\}$). Alors le noyau de la représentation $u(a)$ coïncide soit avec $\{e\}$ soit avec $\{G\}$. Dans le premier cas G est compact. Dans le deuxième cas toute $u(a)$ est la transformation identique, ce qui entraîne

THÉORÈME 4. — *Si* G *est simple et sans centre, toute forme à dérivée covariante nulle sur un espace homogène riemannien* G/H *est invariante par* G.

([3]) K. NOMIZU, *Invariant affine connections on homogeneous spaces*, à paraître dans l'*Amer. Journ. of Math.*

([4]) G. DE RHAM, *Comm. Math. Helv.*, 26, 1952, p. 328-344.

([5]) Ceci est vrai pour toute forme harmonique. Par exemple, K. YANO, *Ann. of Math.*, 55, 1952, p. 38-45.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la continuité stochastique des processus stochastiques réels de Markoff.* Note de M. **Aimé Fuchs**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $X(t)$, $t \in (-\infty, +\infty)$ la fonction aléatoire réelle décrivant un processus stochastique réel. Nous allons étudier $X(t)$ du point vue de la continuité stochastique.

A. Point de vue local. — *Définition* 1. — On dit que $X(t)$ est continue en probabilité au point t_0 si à tout couple $\varepsilon, \eta > 0$ on peut faire correspondre un intervalle $I(t_0, \varepsilon, \eta)$ contenant t_0, tel que pour tout $t \in I$ on ait

$$P\{|X(t) - X(t_0)| > \varepsilon\} < \eta. \tag{1}$$

Théorème 1. — *La condition nécessaire et suffisante pour que* $X(t)$ *soit continue en probabilité au point* t_0 *est qu'à tout couple* $\varepsilon, \eta > 0$ *on puisse faire correspondre un intervalle* $I(t_0, \varepsilon, \eta)$ *contenant* t_0, *tel que pour tout couple* $t, t' \in I$ *on ait*

$$P\{|X(t) - X(t')| > \varepsilon\} < \eta.$$

Définition 2. — On dit que $X(t)$ est presque sûrement continue au point t_0 si à tout couple $\varepsilon, \eta > 0$ on peut faire correspondre un intervalle $I(t_0, \varepsilon, \eta)$ contenant t_0, tel que l'on ait

$$P\left\{\sup_{t \in I} |X(t) - X(t_0)| > \varepsilon\right\} < \eta. \tag{2}$$

Théorème 2. — *La condition nécessaire et suffisante pour que* $X(t)$ *soit presque sûrement continue au point* t_0 *est qu'à tout couple* $\varepsilon, \eta > 0$ *on puisse faire correspondre un intervalle* $I(t_0, \varepsilon, \eta)$ *contenant* t_0, *tel que l'on ait :*

$$P\left\{\sup_{t, t' \in I} |X(t) - X(t')| > \varepsilon\right\} = P\{|\text{Oscillation } X(t),\ t \in I| > \varepsilon\} < \eta.$$

Les deux définitions précédentes s'appliquent pour toute fonction aléatoire réelle, qu'elle soit de Markoff ou non. Dans le cas où elle est de Markoff on est amené à supposer que les inégalités (1) et (2) sont valables uniformément par rapport à la mesure de probabilité P, c'est-à-dire par rapport à la fonction de répartition initiale. Nous faisons cette hypothèse chaque fois qu'il est question de processus de Markoff.

Définition 3. — On dit qu'une fonction aléatoire réelle de Markoff $X(t)$ présente au point t_0 la continuité de Feller si à tout couple $\varepsilon, \eta > 0$ on peut faire correspondre un intervalle $I(t_0, \varepsilon, \eta)$ admettant t_0 comme extrémité gauche tel que pour tout $t \in I$ on ait

$$\sup_{X(t_0)} P\{|X(t) - X(t_0)| > \varepsilon \mid X(t_0)\} < \eta.$$

Théorème 3. — *La condition nécessaire et suffisante pour que la fonction aléatoire réelle de Markoff* $X(t)$ *présente au point* t_0 *la continuité de Feller est qu'à*

tout couple ε, $\eta > 0$ *on puisse faire correspondre un intervalle* $I(t_0, \varepsilon, \eta)$ *admettant* t_0 *comme extrémité gauche tel que pour tout couple* t, $t' \in I$ $(t' < t)$ *on ait*

$$\sup_{X(t')} P\{|X(t) - X(t')| > \varepsilon \,|\, X(t')\} < \eta.$$

THÉORÈME 4. — *Pour les processus de Markoff les trois modes de continuité locale précédents sont équivalents.*

On sait que si $X(t)$ est presque sûrement continue en tout point d'un intervalle fini fermé $[T_0, T_1]$, $T_0 < T_1$, cette continuité est uniforme dans cet intervalle : (on peut choisir la longueur de l'intervalle que nons avons désigné par $I(t_0, \varepsilon, \eta)$ indépendante de t_0). Dans l'intervalle $[T_0, T_1]$ il y a absence presque sûre de discontinuités fixes. Mais cela n'implique pas que $X(t)$ soit, dans $[T_0, T_1]$, presque sûrement une fonction continue. Il pourraît exister des discontinuités « mobiles ». Pour éliminer ce genre de discontinuités, il faut faire appel à d'autres modes de continuité (continuités globales).

B. POINT DE VUE GLOBAL. — Partageons l'intervalle fini $[T_0, T_1]$ en n intervalles partiels par des points de subdivision $\{t_i\}$. Soit $T_0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_{n-1} < t_n = T_1$ ce partage. On rendra la subdivision de plus en plus fine en ajoutant des points de subdivision à ceux déjà existants.

Nous poserons $(t_{j-1}, t_j) = I_{nj}$, $X(t_j) - X(t_{j-1}) = \delta_{nj}$, $j = 1, \ldots, n$.

Définition 1. — On dit que $X(t)$ est continue en probabilité dans l'intervalle $[T_0, T_1]$ si à tout couple ε, $\eta > 0$ on peut faire correspondre un nombre $h(\varepsilon, \eta) > 0$ tel que si $N_0(\varepsilon, \eta)$ est suffisamment grand pour que $\operatorname{Max}_{j=1}^{N_0}(t_j - t_{j-1}) < h$ on ait, pour tout entier $n > N_0$

$$\sum_{j=1}^{n} P\{|\delta_{nj}| > \varepsilon\} < \eta.$$

Définition 2. — On dit que $X(t)$ est presque sûrement continue dans l'intervalle $[T_0, T_1]$ si, dans les mêmes conditions que dans la définition (1) on a

$$\sum_{j=1}^{n} P\Big\{\sup_{t \in I_{nj}} |X(t) - X(t_{j-1})| > \varepsilon\Big\} < \eta.$$

Les deux définitions précédentes s'appliquent pour toute fonction aléatoire réelle, qu'elle soit de Markoff ou non. Pour les processus de Markoff, même remarque qu'en (A).

Définition 3. — On dit qu'une fonction aléatoire réelle de Markoff $X(t)$ présente dans l'intervalle $[T_0, T_1]$ la continuité de Feller, si dans les mêmes conditions que dans la définition (1) on a

$$\sum_{j=1}^{n} \sup_{X(t_{j-1})} P\{|\delta_{nj}| > \varepsilon \,|\, X(t_{j-1})\} < \eta.$$

THÉORÈME 5. — *Pour les processus de Markoff les trois modes de continuité globale précédents sont équivalents.*

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Test progressif de l'hypothèse que le paramètre d'une loi binomiale est voisin d'une valeur donnée.* Note (*) de M. **Jean Méric**, présentée par M. Émile Borel.

Étude d'une application du « sequential probability ratio test » de Wald destinée à éprouver l'hypothèse que le paramètre p d'une loi binomiale se situe dans un domaine $p_0 - p_1$ fixé à l'avance.

Le problème est schématiquement le suivant : une urne contient un très grand nombre de boules noires et blanches, ces dernières dans une proportion inconnue p; la valeur de p détermine le choix entre trois décisions : 1, 2 et 3. Quatre valeurs, ϖ_0, p_0, p_1, ϖ_1, étant données ($0 < \varpi_0 < p_0 \leqq p_1 < \varpi_1 < 1$), la préférence va aux décisions : 1, si $p_0 \leqq p \leqq p_1$; 2, si $p \leqq \varpi_0$; 3, si $p \geqq \varpi_1$; enfin, on n'a aucune préférence si $\varpi_0 < p < p_0$, ou $p_1 < p < \varpi_1$. Pour faire un choix entre les trois hypothèses : $H(p_0 \leqq p \leqq p_1)$, $H_0(p \leqq \varpi_0)$ et H_1 $(p \geqq \varpi_1)$, on a fait appel à la méthode de Wald pour l'épreuve d'une hypothèse simple contre une seule alternative. Le test qui suit est basé sur l'étude simultanée, à chaque stade m d'un échantillonnage progressif, des rapports :

$$\rho_{0m} = \left(\frac{\varpi_0}{p_0}\right)^{d_m} \left(\frac{1-\varpi_0}{1-p_0}\right)^{m-d_m}; \qquad \text{et} \qquad \rho_{1m} = \left(\frac{\varpi_1}{p_1}\right)^{d_m} \left(\frac{1-\varpi_1}{1-p_1}\right)^{m-d_m};$$

d_m désignant le nombre de boules blanches dans l'échantillon. On se donne les deux règles suivantes :

I.
- *a*. Si $\rho_{0m} \geqq A$, soit $d_m \leqq r_{0m}$, on accepte l'hypothèse $p \leqq \varpi_0$.
- *b*. Si $\rho_{0m} \leqq B$, soit $d_m \geqq a_{0m}$, on accepte l'hypothèse $p \geqq p_0$.
- *c*. Si $B < \rho_{0m} < A$, soit : $r_{0m} < d_m < a_{0m}$, on ne peut conclure.

II.
- *a*. Si $\rho_{1m} \geqq A$, soit $d_m \geqq r_{1m}$, on accepte l'hypothèse $p \geqq \varpi_1$.
- *b*. $\rho_{1m} \leqq B$, soit $d_m \leqq a_{1m}$, on accepte l'hypothèse $p \leqq p_1$.
- *c*. $B < \rho_{1m} < A$, soit $a_{1m} < d_m < r_{1m}$, on ne peut conclure.

où

$$a_{im} = m \frac{\operatorname{Log}\dfrac{1-\varpi_i}{1-p_i}}{\operatorname{Log}\dfrac{1-\varpi_i}{1-p_i} - \operatorname{Log}\dfrac{\varpi_i}{p_i}} - \frac{\operatorname{Log} B}{\operatorname{Log}\dfrac{1-\varpi_i}{1-p_i} - \operatorname{Log}\dfrac{\varpi_i}{p_i}};$$

$$r_{im} = m \frac{\operatorname{Log}\dfrac{1-\varpi_i}{1-p_i}}{\operatorname{Log}\dfrac{1-\varpi_i}{1-p_i} - \operatorname{Log}\dfrac{\varpi_i}{p_i}} - \frac{\operatorname{Log} A}{\operatorname{Log}\dfrac{1-\varpi_i}{1-p_i} - \operatorname{Log}\dfrac{\varpi_i}{p_i}}.$$

(*) Séance du 23 novembre 1953.

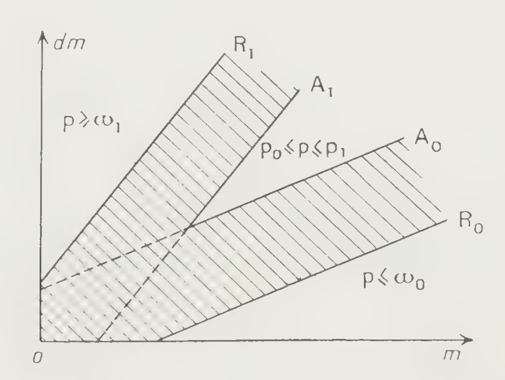
Les constantes A et B sont déterminées par les probabilités maxima α et β d'erreurs de première et de deuxième espèces admises dans les deux cas, $B = \beta/(1-\alpha)$, $A = (1-\beta)/\alpha$. Le test résultant se présente comme suit : à chaque stade de l'essai progressif, on peut rencontrer quatre cas :

1° $\rho_{0m} \leqq B$ et $\rho_{1m} \leqq B$, soit $a_{0m} \leqq d_m \leqq a_{1m}$; on accepte l'hypothèse H.
2° $\rho_{0m} \leqq B$ et $\rho_{1m} \geqq A$, soit $d_m \geqq r_{1m}$; on accepte l'hypothèse H_1.
3° $\rho_{0m} \geqq A$ et $\rho_{1m} \leqq B$, soit $d_m \leqq r_{0m}$; on accepte l'hypothèse H_0.
4° L'un des rapports est compris entre A et B ; on poursuit le test [1].

Réalisation graphique. — Portons m en abscisses, d_m en ordonnées. Le graphique du test se compose des droites, deux à deux parallèles :

$$A_0(d_m = a_{0m}) \quad \text{et} \quad R_0(d_m = r_{0m}); \qquad A_1(d_m = a_{1m}) \quad \text{et} \quad R_1(d_m = r_{1m}).$$

A chaque étape m de l'échantillonnage, on porte sur le graphique le point (m, d_m) correspondant. Tant que ce point reste dans la zone d'indifférence, hachurée, on continue le test. S'il passe, soit au-dessus de R_1, soit au-dessous de R_0, on accepte, soit l'hypothèse H_1, soit l'hypothèse H_0 ; s'il pénètre dans l'angle des droites A_0 et A_1, on accepte l'hypothèse H.



Remarque. — Les droites A_0 et A_1 se coupent en un point M_a, de coordonnées m_a, d_{ma}, proportionnelles à $\text{Log}(1-\alpha)/\beta$; la règle adoptée interdit l'acceptation de l'hypothèse H par acceptations successives des hypothèses $p \geqq p_0$ et $p \leqq p_1$, pour $m < m_a$. Ceci implique un nombre moyen d'observations légèrement supérieur à celui qu'entraînerait la simple réalisation simultanée de deux tests de Wald. Mais la sécurité se trouve renforcée, car, à l'acceptation de l'hypothèse H pour un nombre d'observations inférieur à m_a correspondrait un point situé dans la zone d'indifférence de l'un des deux tests simples de Wald ; au contraire, dans la méthode exposée, toute décision correspond à un point extérieur à ces deux zones d'indifférence. *Sécurité du*

---

(1) On ne laisse pas place aux hypothèses $\varpi_0 < p < p_0$ et $p_1 < p < \varpi_1$. Cela importe peu, puisqu'il y a indifférence de choix lorsque p se situe dans ces intervalles.

test. — $L_0(p)$ et $L_1(p)$ étant les fonctions d'efficacité des deux tests simples de Wald, données sous forme paramétrique :

$$L_i(p)=\frac{A^{h_i}-1}{A^{h_i}-B^{h_i}}, \qquad p=\frac{\left(\frac{1-\varpi_i}{1-p_i}\right)^{h_i}-1}{\left(\frac{1-\varpi_i}{1-p_i}\right)^{h_i}-\left(\frac{\varpi_i}{p_i}\right)^{h_i}} \qquad (i=0, \text{ ou } 1),$$

la fonction d'efficacité du test étudié, probabilité d'accepter l'hypothèse H, a pour expression approchée $L(p)=L_0(p)+L_1(p)-1$. Les probabilités d'erreurs de première espèce (rejet de H quand elle est vraie) et de deuxième espèce (acceptation de H quand elle est fausse) sont inférieures à 2α et β respectivement.

On peut calculer $L(p)$ par les formules approchées ci-dessus; mais on peut opérer plus simplement si ϖ_0 et ϖ_1 sont disposés symétriquement par rapport à l'intervalle p_0-p_1, ($\varpi_0=p_0-\varepsilon$; $\varpi_1=p_1+\varepsilon$). Si, de plus, ε est petit devant p_0, p_1, $1-p_0$, $1-p_1$, on obtient comme valeurs approchées de h_0 et de h_1 en fonction de p

$$h_0=2\frac{p-p_0}{\varepsilon}+1, \qquad h_1=2\frac{p_1-p}{\varepsilon}+1.$$

Les courbes $L_0(p)$ et $L_1(p)$, calculées à partir de ces expressions approchées sont symétriques par rapport à la droite $p=p'=(1/2)(p_0+p_1)$, ce qui simplifie encore le calcul.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur les conditions d'apparition des ondes de choc dans les écoulements permanents plans.* Note de M. **Raymond Marchal**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Considérons l'écoulement permanent isentropique d'un gaz parfait émis par une roue centrifuge idéale débitant dans un espace plan compris entre deux plans illimités ABA'B' et CDC'D'.

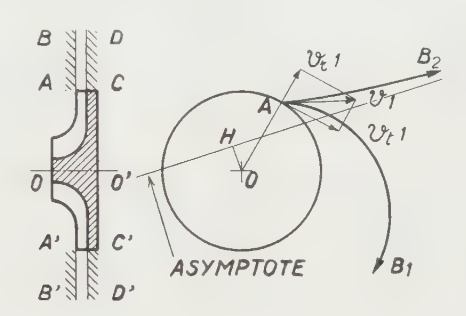
Les trajectoires se déduisent les unes des autres par une rotation autour de l'axe de la roue; elles sont définies par la conservation du moment cinétique rv_t, du débit $\rho r v_r$, de l'énergie $v^2+\frac{2}{k-1}a^2$, r désignant la distance au centre de la roue, v_r et v_t les composantes de la vitesse v suivant la direction du rayon vecteur r et la direction rectangulaire, et a la vitesse du son.

2. Soit m le nombre sans dimensions v_r/a. Le calcul vérifie que les circonstances de l'écoulement sont très différentes suivant que, à la sortie de la roue, m prend une valeur m_1 inférieure ou supérieure à 1.

Dans le premier cas, la trajectoire est du type spirale : AB_1 de la figure, le nombre de Mach M, v_r et m décroissent jusqu'à zéro. Dans le second cas, la trajectoire est du type asymptote : AB_2, v tend vers la vitesse v_v de détente dans

le vide, v_r croît constamment ainsi que M et m qui croissent indéfiniment. Les trajectoires n'admettent pas d'inflexion.

3. En fluide parfait sans frottement contre les parois, les seules possibilités d'écoulement différent de ceux du paragraphe 2, résultent de l'apparition éventuelle d'ondes de choc stationnaires. Or, de telles ondes ne pourraient, par raison de symétrie, qu'admettre une forme cylindrique centrée sur l'axe. On sait qu'à la traversée de telles ondes, la composante normale de la vitesse doit sauter d'une valeur supérieure à la vitesse du son à une valeur inférieure. Une telle onde n'est donc concevable que sur les trajectoires type AB_2 et est exclue sur une trajectoire type AB_1.



4. Le mouvement fluide considéré ci-dessus est le mouvement bien connu induit par une source-tourbillon. Les deux types de trajectoires correspondent aux deux types possibles de ce mouvement induit, définis l'un et l'autre à l'extérieur d'un cercle-limite. On vérifie facilement que ce cercle-limite correspond à $m = 1$. On vérifie aussi que la sous-tangente OH définissant l'asymptote vaut $v_t r / v_v$ et le rayon de courbure $\mathcal{R}$ des trajectoires, valant $r(v/v_t)(1-m^2)$, fait à nouveau intervenir m. Ces propriétés paraissent n'avoir pas été signalées jusqu'à présent.

Mais le nombre m, rapport de la composante de vitesse normale aux lignes isobares et de la vitesse locale du son, que nous avons introduit ici, jouit de propriétés qui méritent d'être notées : α. dans un domaine $m > 1$, le passage du supersonique au subsonique ne peut se faire que par onde de choc; β. $m = 1$ caractérise la ligne limite; γ. un passage continu du supersonique au subsonique ne peut être observé que dans le domaine $m < 1$. Il est naturel de chercher à étendre ces propriétés à un écoulement plan quelconque, tel que les isobares soient également isochores et isovitesses.

5. On peut vérifier intuitivement que les énoncés α, β, γ, sont valables en général en remplaçant, autour d'un point, l'écoulement considéré par un écoulement source-tourbillon tangent défini par la connaissance des dérivées partielles de la pression qui, en vertu des hypothèses posées ci-dessus, entraîne celle des dérivées partielles de la température, masse spécifique et vitesse.

Pour un écoulement quelconque et en prenant des axes liés à la trajectoire

(x tangent, y normal), $\mathcal{R}$ rayon de courbure du filet fluide,

$$(1)\qquad \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\rho v^2}{\mathcal{R}}, \qquad \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho v \frac{\partial v}{\partial x}.$$

En appelant α l'angle avec la ligne de courant de la normale à l'isobare orientée dans le sens du courant (normale positive), on a

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \operatorname{tg} \alpha + \frac{\partial p}{\partial y} = 0,$$

d'où

$$(2)\qquad \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\rho v^2}{\mathcal{R} \operatorname{tg} \alpha}, \qquad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v}{\mathcal{R} \operatorname{tg} \alpha}.$$

L'interprétation géométrique de cette dernière formule est la suivante : Quand la normale positive aux surfaces isobares est située vers la concavité des trajectoires, il y a détente et accélération. Il y a compression et ralentissement dans le cas contraire.

Un écoulement du type étudié au n° 1 sera localement identique s'il résulte d'une source-tourbillon donnant au point considéré le même $\mathcal{R}$ et le même α. Or $\mathcal{R}$ d'une source-tourbillon est relié au rayon vecteur r (*cf.* § 4). On détermine donc le centre O de la source-tourbillon tangente en portant sur la normale à l'isobare la longueur $r = \mathcal{R} \sin \alpha / (1 - m^2)$ et l'on vérifie que le débit D et l'intensité tourbillon I sont donnés par

$$D = 2\pi r \rho v_r = \pi \mathcal{R} \rho v \frac{\sin 2\alpha}{1 - m^2}, \qquad I = \frac{\mathcal{R} v}{2} \frac{\sin 2\alpha}{1 - m^2}.$$

Cette généralisation, basée sur des contacts entre les deux écoulements du second ordre pour les trajectoires, et du premier ordre seulement pour les isobares, présente l'intérêt de mettre en évidence une caractéristique, le nombre m, dont la mesure expérimentale est possible dans les écoulements réels.

Remarques sur la Note de M. Marchal, par M. **Joseph Pérès**.

On peut vérifier directement les propriétés du nombre m de M. Marchal en partant de l'équation aux dérivées partielles du potentiel des vitesses $\varphi(x, y)$:

$$(1)\qquad r + t = \frac{1}{a^2}(ru^2 + 2suv + tv^2),$$

u, v et r, s, t étant les dérivées premières et secondes de ce potentiel (on pourra aussi bien faire le calcul à partir des équations de Molenbroek-Tchapliguine).

La normale à la ligne isobare (et isovitesse) porte le vecteur $(ur + vs,\ us + vt)$, d'où

$$m^2 = \frac{(ru^2 + 2suv + tv^2)^2}{a^2\{(ur + vs)^2 + (us + vt)^2\}} = \frac{(ru^2 + 2suv + tv^2)^2}{a^2[(r + t)(ru^2 + 2suv + tv^2) + (u^2 + v^2)(s^2 - rt)]}$$

et, en tenant compte de (1)

$$(2)\qquad 1-\frac{1}{m^2}=\frac{(u^2+v^2)\,\Delta}{a^2(r+t)^2}\qquad \text{avec}\quad \Delta=\frac{D(u,v)}{D(x,y)}=(rt-s^2).$$

$m-1$ a donc le signe de Δ et le raccord entre deux domaines $m>1$ et $m<1$ de l'écoulement se fait suivant une ligne singulière dans la correspondance plan hodographique, plan géométrique. Cette ligne peut être une caractéristique donnant un saut de Δ ou pour laquelle Δ passe par la valeur zéro (ligne du plan géométrique dite de *transition*). On peut aussi, si Δ change de signe en passant par la valeur infinie, avoir à faire avec une ligne *limite* du plan géométrique; mais il y a alors recouvrement de l'écoulement dans le plan géométrique et un tel raccordement est physiquement inadmissible.

Il est évident *a priori* que, dans un écoulement continu, on ne peut passer du supersonique au subsonique (ou vice versa) que dans un domaine $m<1$. D'un écoulement, nécessairement supersonique, tel que $m>1$ on ne pourra donc revenir au subsonique qu'après traversée d'une onde de choc ou d'une ligne de *transition*. Le fait que $m=1$ sur une ligne *limite* comme sur une ligne de *transition* résulte sans calcul des propriétés des lignes en question (il suffit de noter que, dans le premier cas, l'isovitesse n'a pas la direction *exceptionnelle* du plan hodographique, tandis que dans le second cas, elle a la direction *exceptionnelle* du plan géométrique).

L'hypothèse de l'isentropie ne paraît pas avoir un rôle essentiel dans les remarques du paragraphe 5 de la Note de M. Marchal et il est donc naturel d'envisager aussi le cas d'un écoulement irrotationnel. Prenant, avec A. G. Hansen et M. H. Martin, p et ψ (fonction de courant) pour variables, on vérifie que m est encore égal à *un* sur une ligne limite, lieu de rebroussements des lignes de courant.

RELATIVITÉ. — *Dynamique relativiste des n points et statique classique des n fils.* Note de M. **Olivier Costa de Beauregard**, présentée par M. Louis de Broglie.

Identité formelle entre les deux théories. Sur la mécanique rationnelle relativiste des systèmes de points.

I. Les équations fondamentales de la dynamique relativiste du point sont

$$(1)\qquad dp^i=F^{ij}\,dx_j \qquad \text{ou}\qquad dp^i=F^i\,ds,$$

et, s'il y a *spin* et moment pondéromoteur propre [1],

$$(2)\qquad p^j\,dx^i-p^i\,dx^j+dC^{ij}=M^{ijk}\,dx_k \quad \text{ou}\quad =M^{ij}\,ds.$$

---

[1] O. Costa de Beauregard, *La théorie de la Relativité restreinte*, Paris, 1949, p. 104-106, 122-123, 152.

Si l'on pose la correspondance : trajectoire d'Univers (dx^i ou ds) $\rightarrow$ fil, impulsion-énergie (p^i) $\rightarrow$ tension, force d'Univers (F^{ij} ou F^i) $\rightarrow$ densité linéaire de force appliquée, *spin* (C^{ij}) $\rightarrow$ *raideur* (absence de spin $\rightarrow$ flexibilité parfaite), couple d'Univers (M^{ijk} ou M^{ij}) $\rightarrow$ densité linéaire de couple appliqué, on voit par (1) et (2) que la dynamique relativiste du point se ramène formellement à la statique classique du fil : la résistance de la masse à l'accélération équivaut à celle d'un fil tendu à la courbure.

Si F^{ij} dérive d'un 4-potentiel

$$F^{ij} = \partial^j A^i - \partial^i A^j, \qquad P^i = p^i - A^i, \qquad dP^i = \partial^i A^j \, dx_j, \tag{3}$$

on voit par (2) que la notion d'*impulsion-énergie potentielle* A^i a comme corollaire celle d'un *spin potentiel*.

II. Wheeler et Feynman ([2]) ont montré que les équations fondamentales de la dynamique d'un système de n charges électriques ponctuelles en interaction, $a_i \ldots$, s'écrivent

$$dp^i_{(a)} = \sum_{b \neq a} \frac{Q_a Q_b}{2\pi} \int_{\text{traj. } b} \delta'(r^2) \{ r^i \, da_j \, db^j - r^j (da_j \, db^i + db_j \, da^i) \}, \tag{4}$$

ou équivalemment, avec les définitions (3),

$$dP^i_{(a)} = \sum_{b \neq a} \frac{Q_a Q_b}{2\pi} \int_{\text{traj. } b} \delta'(r^2) \, r^i \, da_j \, db^j; \tag{5}$$

$r^i = a^i - b^i$, et $\delta'(r^2)$ est la fonction dipolaire de Dirac. (4) ou (5) sont formellement les équations de l'équilibre d'un système de fils dont les éléments da^i et db^i s'appliquent mutuellement des actions et réactions opposées, mais non directement opposées, ce qui implique un spin potentiel du champ; avec la forme (5), il y a raideur des fils; avec la forme (4), les fils sont parfaitement flexibles, et même à tension scalaire constante; comme l'interaction n'est effective qu'entre points « en onde », ceci implique que les composantes tangentielles de la force retardée et de la force avancée soient opposées, ce qu'un calcul direct vérifie.

Si l'on coupe chaque fil en un point $a_k \ldots$, tous les $a_k - b_k$ étant du genre espace, et supprime, par exemple, les portions *futures*, il faut, pour maintenir la figure des portions *passées*, leur appliquer un système de forces T. Celui-ci est indépendant des $a_k \ldots$, car, si l'on coupe les demi-fils restants en $a'_k \ldots$, assez loin dans le *passé* pour que chaque arc $a'_k a_k$ reçoive l'action avancée de tous les $b_k \ldots$ et l'action retardée de tous les $b'_k \ldots$, et supprime cette fois les portions *passées*, le système final doit être en équilibre. La *somme*, l'*axe*, le *moment sur l'axe* du torseur constant T sont respectivement l'*impulsion-énergie*

([2]) *Rev. Mod. Phys.*, **21**, 1949, p. 425-433.

totale, la *trajectoire d'Univers du barycentre*, et le *moment autour du barycentre* (*spin total*) du système en interaction ([3]).

La théorie de Wheeler-Feynman est caractérisée par l'intervention symétrique des potentiels avancés et retardés, la réversibilité temporelle, l'absence de rayonnement ; on traite à part le problème du rayonnement, pour ne retenir ici que l'*interaction*, qui, certainement, reste enfermée dans le système. La théorie obtenue intéresse à la fois l'extension relativiste de la « mécanique rationnelle » des systèmes conservatifs, et l'analogue classique de la théorie quantique des états stationnaires, où l'interaction s'exprime en termes de *photons virtuels*.

Finalement, nous proposons de prendre pour principe général de la mécanique relativiste des systèmes celui-ci : deux éléments ds_a et ds_b de trajectoires d'Univers différentes échangent entre eux une impulsion-énergie de la forme $\pm f^k(r^i)\, ds_a\, ds_b$ (égalité de l'action et de la réaction), qui, intégrée sur toute la trajectoire b, donne un 4-vecteur normal en a^k à da^k (conservation de la masse propre); le 4-vecteur f^k dépend de r^i par l'intermédiaire de fonctions invariantes du type δ ou D. Comme il est bien connu par la statique classique des fils (et notamment le cas de l'électrodynamique), l'action et la réaction *élémentaires* n'ont pas à être directement opposées (colinéaires à r^i), mais seulement à former intégralement un torseur nul.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Diffusion d'une particule de Dirac chargée, par un centre diffuseur électrostatique.* Note de M. **Paul Roussopoulos**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans cette Note nous nous proposons de donner une expression approchée de la section efficace de diffusion d'une particule de Dirac, chargée, par un centre diffuseur électrostatique. La particule obéit à l'équation de Dirac ([1]) :

$$(\mathrm{H}_0 + \mathrm{V})\Psi(t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(t)}{\partial t} \tag{1}$$

avec $\mathrm{H}_0 = -i\hbar c(\vec{\alpha}.\vec{\nabla}) + m_0 c^2 \beta$, $\vec{\alpha}$ et β étant les quatre matrices bien connues de la théorie de Dirac. V est donné par $\mathrm{V} = e(\vec{\alpha}.\vec{\mathrm{A}} - \varphi . 1)$; $\vec{\mathrm{A}}$, potentiel vecteur (que nous supposons nul; φ, potentiel scalaire. Les fonctions propres de H_0 sont

$$\Phi^{(\tau)}_{\vec{\mathrm{K}},\sigma} = u^{(\tau)}_{\vec{\mathrm{K}},\sigma}\frac{1}{\sqrt{\mathrm{L}}}e^{i\vec{\mathrm{K}}.\vec{r}}, \tag{2}$$

avec $\tau = \pm 1$ (indice du signe de l'énergie), $\sigma = \pm 1/2$ (indice de la direction

---

([3]) O. Costa de Beauregard, *Op. cit.*, p. 128-131.

([1]) L. de Broglie, *L'électron magnétique*, Hermann, Paris.

de la projection du spin sur un certain axe). Les valeurs propres correspondantes sont $W^{(\tau)}_{\vec{K},\sigma} = \tau \hbar c K_0$ avec $K_0 = +\sqrt{|\vec{K}|^2 + m^2}$, $m = m_0 c/\hbar$. Les spineurs constants $u^{(+)}_{\vec{K},\sigma}$, $u^{(-)}_{\vec{K},\sigma}$ vérifient les équations matricielles $(i\,|K + m)u^{(+)}_{\vec{K},\sigma} = 0$, $(i\,|K^+ + m)u^{(-)}_{\vec{K},\sigma} = 0$, avec $|K = \gamma_\mu K_\mu$, $K_4 = iK_0$, $\gamma_{\bar\mu} = -i\beta\alpha_{\bar\mu}$, $\gamma_4 = \beta$; l'indice μ prend les valeurs 1, 2, 3, 4; $\bar\mu = 1, 2, 3$.

Pour le problème de diffusion, le formalisme de Lippmann et Schwinger (L. S.) est applicable puisque l'équation d'ondes a la forme canonique (1). Il en résulte que la probabilité W_{ba} de transition de l'état $a = (\vec{K}, \sigma, \tau = +1)$ à l'état $b = (\vec{K}', \sigma', \tau' = +1)$ sera donnée par (2) :

$$W_{ba} = \varkappa\, |R_{ba}|^2, \qquad R_{ba} = (\Phi_b, V\Psi^{(+)}_a) = (V\Psi^{(-)}_b, \Phi_a), \qquad W_a = W_b = W.$$

Les $\Psi^{(+)}_a$, $\Psi^{(-)}_a$ sont des spineurs obéissant aux équations de L et S :

$$\Psi^{(+)}_a = \Phi_a + (W - H_0 + i\varepsilon)^{-1} V\Psi^{(+)}_a, \qquad \Psi^{(-)}_b = \Phi_b + (W - H_0 - i\varepsilon)^{-1} V\Psi^{(-)}_b.$$

Posons $\Psi^{(+)}_a = T^{(+)}\Phi_a$, $\Psi^{(-)}_b = T^{(-)}\Phi_b$. Pour le calcul approché de R_{ba} nous pouvons prendre l'expression stationnaire (2) :

$$\mathcal{R}_{ba} = (\Phi_b, A\Phi_a) \qquad \text{avec} \quad A = VT^{(+)} + T^{(-)+}V - T^{(-)+}VT^{(+)} + T^{(-)+}V(W - H_0 + i\varepsilon)^{-1} VT^{(+)}.$$

Posons $g_{\vec{K}} = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{i\vec{K}.\vec{r}}$. Alors nous pouvons écrire, en tenant compte de la formule (2) : $R_{ba} = u^+_b \mathcal{A} u_a$, avec $\mathcal{A} = (g_{\vec{K}'}, A g_{\vec{K}})$.
Nous supposerons que le faisceau incident n'est pas polarisé. De plus, dans les prévisions finales nous ferons abstraction du spin. Alors, en tenant compte d'un théorème de Feynman (3), nous pouvons écrire :

$$W_{\vec{K}',\vec{K}'} = \varkappa \sum_{\sigma} \sum_{\sigma'} |\mathcal{R}_{ba}|^2 = \varkappa \frac{N}{(2\,m)^2} \,\text{Trace}\, [(-i\,|K' + m)\,\beta\mathcal{A}(-i\,|K + m)\beta\mathcal{A}^+].$$

D'autre part, posons $W' = W + i\varepsilon$. Nous avons

$$\frac{1}{W - H_0 + i\varepsilon} = \frac{1}{W' - H_0} = \frac{1}{W' - H_0}(W' + H_0)^{-1}(W' + H_0)$$
$$= \frac{1}{W'^2 - H_0^2}(W' + H_0) = \frac{1}{E' - \mathbf{H}_0 + i\,\varepsilon}\,\frac{W + H_0}{2\,m_0 c^2},$$

avec

$$E' = \frac{1}{2} m_0 v^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \qquad \mathbf{H}_0 = -(\hbar^2/2\,m_0)\,\partial^2_{\bar\mu.\bar\mu} \quad \text{(Hamiltonien classique)}, \qquad \beta = \frac{v}{c},$$

v, vitesse de la particule. Nous supposons $W > 0$.

---

(2) B. Lippmann et J. Schwinger, *Phys. Rev.*, **79**, 1950, p. 469.
(3) *Phys. Rev.*, **76**, 1949, p. 749.

Alors la première équation de L. S. s'écrit :

$$\Psi_a^{(+)} = \Phi_a + \frac{1}{E' - \mathbf{H}_0 + i\varepsilon} \frac{W + H_0}{2m_0c^2} V \Phi_a^{(+)}.$$

H_0 est un opérateur différentiel. Si V à la forme $1/r^n$, nous pouvons écrire $H_0V \sim VH_0$, et adopter pour $\Psi_a^{(+)}$ l'équation approchée :

$$\Psi_a^{(+)} = \Phi_a + \frac{1}{E' - \mathbf{H}_0 + i\varepsilon} V \frac{W + H_0}{2m_0c^2} \Psi_a^{(+)}.$$

Or $\Psi_a^{(+)}$ vérifie l'équation de Schrödinger $(H_0 + V)\Psi_a^{(+)} = W\Psi_a^{(+)}$. Donc $(H_0 + W)\Psi_a^{(+)} = (2W - V)\Psi_a^{(+)}$. Donc :

$$\Psi_a^{(+)} = \Phi_a + \frac{1}{E' - \mathbf{H}_0 i\varepsilon} V\left(\frac{W}{m_0c^2} - \frac{V}{2m_0c^2}\right)\Psi_a^{(+)} \approx \Phi_a + \frac{1}{E' - \mathbf{H}_0 + i\varepsilon} V'\Psi_a^{(+)}.$$

avec $V' = W/m_0c^2$, $V = V/\sqrt{1 - \beta^2}$. La solution de cette équation est

$$\Psi_a^{(+)} = g_{\vec{K}}^{(+)} u_a, \qquad \text{avec} \quad g_{\vec{K}}^{(+)} = g_{\vec{K}} + (E' - \mathbf{H}_0 + i\varepsilon)^{-1} V' g_{\vec{K}}^{(+)}.$$

De même

$$\Psi_b^{(-)} = g_{\vec{K}'}^{(-)} u_b, \qquad \text{avec} \quad g_{\vec{K}'}^{(-)} = g_{\vec{K}'} + (E' - \mathbf{H}_0 - i\varepsilon)^{-1} V' g_{\vec{K}'}^{(-)}.$$

Les $g_{\vec{K}}^{+}$ et $g_{\vec{K}'}^{-}$ sont les fonctions de L. S. qui correspondent au problème classique (avec $E' = E\sqrt{1 - \beta^2}$, $V' = V\sqrt{1 - \beta^2}$ à la place de E et V).

Posons $g_{\vec{K}}^{(+)} = t^{+} g_{\vec{K}}$, $g_{\vec{K}'}^{(-)} = t^{-} g_{\vec{K}'}$; il en résulte que $T^{(+)} \approx t^{(+)}1$, $T^{(-)} \approx t^{(-)}1$ (1 étant la matrice unité à quatre lignes et quatre colonnes).

Le principe variationnel donne

$$A = \{ V t^{(+)} + t^{(-)+} V - t^{(-)+} V t^{(+)} \} 1 + t^{(-)+} V (W - H_0 + i\varepsilon)^{-1} V t^{(+)}.$$

Nous pouvons prendre approximativement $A = (m_0c^2/W)V't^{(+)}$.

Alors $\mathcal{A} = (m_0c^2/W)(g_{\vec{K}'}, V'g_{\vec{K}}^{(+)})$. Il en résulte que tout calcul fait

$$W_{\vec{K},\vec{K}'} = \varkappa 2N \left| f_0 + \frac{W}{m_0c^2} f_1 + \left(\frac{W}{m_0c^2}\right)^2 f_2 + \ldots \right|^2 \frac{1 - \beta^2 \sin^2 (\theta/2)}{1 - \beta^2},$$

où f_0, f_1, ... sont les termes classiques qui correspondent aux diverses approximations : $W_{\vec{K},\vec{K}'}$ (classique) $= \varkappa |f_0 + f_1 + \ldots|^2$.

Nous remarquons que si $\beta \ll 1$, $W_{\vec{K},\vec{K}'} \sim W_{\vec{K},\vec{K}'}$ (classique).
Si nous nous contentons de la première approximation de Born ($f_1 = f_2 = \ldots = 0$), nous retrouvons la formule de Mott et Massey.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Détermination géométrique des couches* K, L, M *des atomes et ions* Be, F^-, Al^{+3}, Ca^{+2}, Rb^+, Hg. Note de Mme **Simone Odiot**, présentée par M. Louis de Broglie.

On poursuit l'étude des domaines associables aux différentes couches électroniques d'un atome.

On sait que l'on peut associer aux couches électroniques d'un atome dans un état à symétrie sphérique des couronnes sphériques dont les rayons sont définis par les minimums successifs de la densité radiale ([1]).

On a récemment étudié le cas de l'hélium dans son premier état excité et celui du lithium dans l'état fondamental ([2]).

On donne ici les résultats de cette même étude dans le cas d'autres atomes et ions dans des états représentables par les configurations suivantes :

$$Be(1s)^2,\ (2s)^2,$$
$$F^-(1s)^2,\ (2s)^2,\ (2p)^6,$$
$$Al^{+3}(1s)^2,\ (2s)^2,\ (2p)^6,$$
$$Ca^{+2}(1s)^2,\ (2s)^2,\ (2p)^6,\ (3s)^2,\ (3p)^6,$$
$$Rb^+(1s)^2,\ (2s)^2,\ (2p)^6,\ (3s)^2,\ (3p)^6,\ (3d)^{10},\ (4s)^2,\ (4p)^6,$$
$$Hg(1s)^2,\ (2s)^2,\ (2p)^6,\ (3s)^2,\ (3p)^6,\ (3d)^{10}\ (4s)^2,\ (4p)^6,$$
$$(4d)^{10},\ (4f)^{14},\ (5s)^2,\ (5p)^6,\ (5d)^{10},\ (6s)^2,$$

on utilise les fonctions radiales à symétrie sphérique du champ self consistent sans échange de Hartree ([3]). Ces fonctions monoélectroniques orthonormées dans tout l'espace sont tabulées en fonction de r en unité atomique (r, distance d'un point au noyau), ainsi que la charge électronique à l'intérieur d'une sphère de rayon r ([4]).

L'opérateur, densité électronique en un point r_0 étant monoélectronique et de la forme :

$\Sigma_i\,\delta(r_i - r_0)$ (i étant l'indice attaché au $i^{\text{ème}}$ électron), la densité en ce point est égale à ([5]);

$\Sigma_i\chi_i^2(r_0)$ [$\chi_i(r)$, fonction radiale attachée au $i^{\text{ème}}$ électron].

En posant $P_i = r\chi_i$ la densité électronique radiale est la fonction

$$u(r) = 4\pi\Sigma_i P_i^2 = 4\pi r^2 \Sigma_i \chi_i^2(r).$$

Dans le cas du Be, la fonction $u(r)$ présente un minimum pour une valeur :

$$r_{Km} = 1,125\,a_0.$$

De même, pour F^- et Al^{+3} on trouve respectivement

$$r_{Km} = 0,375\,a_0 \qquad \text{et} \qquad r_{Km} = 0,22\,a_0.$$

La courbe de densité électronique de Ca^{+2} passe par deux minimums, l'un

---

([1]) R. Daudel, *Comptes rendus*, **235**, 1952, p. 886.

([2]) H. Brion et S. Odiot, *Comptes rendus*, **237**, 1953, p. 616.

([3]) On a vérifié que l'introduction des échanges ne modifie pas les résultats d'une façon appréciable.

([4]) Hartree. — Be et Hg : *Proc. Roy. Soc.*, **149**, 1935, p. 210; Ca^{++} : *Proc. Roy. Soc.*, **164**, 1937, p. 167; Al^{+3}, Rb^+, F^- : *Proc. Roy. Soc.*, **151**, 1935, p. 96.

([5]) *Cf.* par exemple Daudel, Laforgue et Vroelant, *J. Chim. Phys.*, **49**, 1952, p. 545.

à 0,13, l'autre à 0,64. Pour l'ion Rb^+ et le mercure, il apparaît, hormis, les premiers minimums

$$r_{Km} = 0{,}06\,a_0, \qquad r_{Lm} = 0{,}265\,a_0 \quad \text{pour } Rb^+$$

et

$$r_{Km} = 0{,}025\,a_0, \qquad r_{Lm} = 0{,}102\,a_0, \qquad r_{Mm} = 0{,}278\,a_0 \quad \text{pour Hg}$$

qui délimitent, dans le cadre de cette définition, les couches K et L de Rb^+, K, L, M de Hg, des points d'inflexion de moins en moins nets au fur et à mesure que, pour un même atome, on aborde des couches plus éloignées du noyau.

Pour lever cette indétermination, on a constaté que la courbe représentant la somme des carrés des fonctions monoélectroniques P_i appartenant à une même couche coupe celles relatives aux couches voisines en des points peu différents de ceux qui correspondent aux minimums de la courbe de densité radiale. (On a vérifié cette proposition dans le cas du F^- et du Rb^+.)

Aussi, lorsqu'il est possible de le faire, ce qui est bien le cas des fonctions de Hartree, on peut rechercher la limite des couches à l'aide des intersections de ces courbes. C'est ainsi que l'on a trouvé pour

$$Rb^+, \quad r_{Mm} = 1{,}055\,a_0, \qquad Hg, \quad r_{Nm} = 0{,}93\,a_0.$$

Si l'on intègre la fonction $U(r)$ à l'intérieur des domaines limités par ces valeurs de r_m, on trouve des charges qui diffèrent peu de 2, 8, 18 et 32 comme le montre le tableau suivant :

Éléments...	Be.	F^-.	Al^{+3}.	Ca^{+2}.	Rb^+.	Hg.
r_{Km}	1,125±0,005	0,375±0,005	0,22±0,005	0,13±0,01	0,06 ±0,0025	0,025±0,0005
Charge.	2,05 ±0,015	2,24 ±0,02	2,2 ±0,04	2,2 ±0,2	2,1 ±0,1	2 ±0,05
r_{Lm}	–	–	–	0,64±0,01	0,265±0,005	0,102±0,001
Charge.	–	–	–	8 ±0,3	8 ±0,25	9,5 ±0,15
r_{Mm}	–	–	–	–	1,055±0,01	0,278±0,005
Charge.	–	–	–	–	28,1 ±0,06	18,7 ±0,3
r_{Nm}	–	–	–	–	–	0,93 ±0,05
Charge.	–	–	–	–	–	33 ±1

Les valeurs r_m sont données en unités atomiques.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur une image simple des phénomènes de fission nucléaire.* (II). Note (*) de M. **Daniel Curie**, présentée par M. Frédéric Joliot.

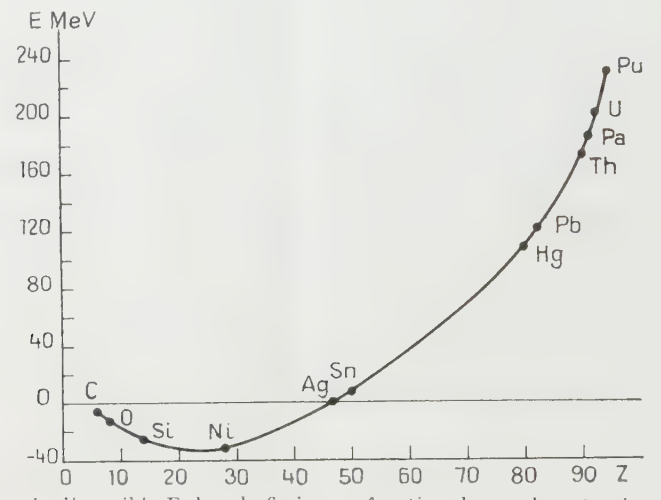
1. Dans une Note précédente [1], constatant que les considérations de barrière de potentiel et d'énergie disponible, dans le modèle de la goutte, ne conduisent pas à l'asymétrie observée de la fission, j'ai proposé de décrire la

(*) Séance du 16 novembre 1953.

[1] *Comptes rendus*, 235, 1952, p. 1286.

fission par un autre modèle dans lequel le fragment léger et le fragment lourd ne joueraient plus des rôles symétriques.

Admettons qu'il y ait tendance, dans le noyau, à la formation d'un cœur doublement magique, même imparfaitement stable, recouvert d'une membrane mince de nucléons peu liée au cœur. Une fois déchirée, cette membrane se rassemble en un fragment léger, abandonnant en général quelques nucléons sur le cœur, celui-ci fournissant le fragment lourd. Ceci décrirait la fission aux basses énergies d'excitation. (Aux énergies élevées, il n'y a plus de cœur : on retombe sur la fission symétrique d'une goutte liquide homogène.)



Énergie disponible E dans la fission en fonction du nombre atomique Z.

Le cœur postulé est ^{132}Sn (50 protons + 82 neutrons). Il possède probablement lui-même en son intérieur un cœur à 20 protons et neutrons ; mais c'est le cœur le plus externe qui intervient.

Considérons ainsi ^{235}U + n. L'une des fissions les plus probables (fragment lourd $^{139}_{53}\mathrm{I} \xrightarrow{4\beta} {}^{139}_{57}\mathrm{La}$) correspondrait ainsi à l'abandon de 3 protons + 4 neutrons par la membrane. Si 2 neutrons sont émis, le fragment léger serait alors $^{95}_{39}\mathrm{Y} \xrightarrow{3\beta} {}^{95}_{42}\mathrm{Mo}$.

On voit que l'hypothèse de l'abandon de quelques nucléons sur le cœur (p et n en nombres comparables) conduit à des *rapports de masse* et à des *longueurs de chaînes* β acceptables.

Dans la Note précédente, j'ai indiqué deux arguments rendant plausible l'existence d'un tel cœur (examen des rayons nucléaires, période relativement longue des isotopes voisins ^{130}Sn et ^{131}Sn). Voici d'autres arguments appuyant les précédents :

2. *A l'appui d'un cœur à* 50 *protons*. — Selon Bethe (cf. *fig.*), la fission aurait lieu pour $Z \gtrsim 50$, la fusion au-dessous. Or $Z > 50$ est précisément la condition d'existence de la membrane dont l'arrachement constituerait la fission.

Actuellement, on ne peut rien conclure du fait que c'est plutôt pour $Z = 47$ que pour $Z = 50$ que l'énergie disponible semble s'annuler, car, d'une part les valeurs figurées ne sont probablement pas définitives, différant de parfois 20 MeV de celles, plus anciennes, de Bohr et Wheeler ([2]), et d'autre part, suivant le mode de fission envisagé (symétrique ou non), il y a des différences de quelques mégaélectron-volts [2 MeV pour ^{235}U ([3])].

3. *A l'appui d'un cœur à 132 nucléons.* — L'abandon par la membrane de quelques nucléons sur le cœur doit, si l'existence de celui-ci est réelle, être plus probable que l'arrachement de quelques nucléons au cœur. La courbe des rendements de fission doit alors montrer une chute brusque en dessous de $A = 132$. Or le rendement ([4]), qui est de 6,3 % pour $A = 139$ (maximum) et n'est tombé qu'à 4,5 % pour $A = 133$, passe à 0,5 % pour $A = 130$. La baisse est plus douce du côté de $A > 140$.

SUPRA-CONDUCTIBILITÉ. — *Sur une définition et le calcul des coefficients d'auto-induction des supra-conducteurs.* Note (*) de M. **Georges Philbert** présentée par M. Frédéric Joliot.

Soit un conducteur de volume V_i, parcouru par un courant I créant un champ magnétique $\vec{H}$. Le coefficient d'auto-induction interne L_i est défini par

$$\frac{1}{2} L_i I^2 = \int_{V_i} \frac{1}{2} \vec{H}^2 \, dV_i,$$

L_i dépend de la fréquence (effet pelliculaire). Nous nous proposons d'étendre sa définition au cas du supra-conducteur.

1. *Définition du coefficient d'auto-induction interne du supra-conducteur.* — Dans le supra-conducteur considérons le courant I de fréquence $\omega/2\pi$ résultant de la superposition d'une densité de courant normal $\vec{J}^{(n)}$ et d'une densité de supra-courant $\vec{J}^{(s)}$. Les phénomènes sont décrits par les équations de Maxwell et de London-V. Laue

$$E = \Lambda J^{(s)}, \qquad \vec{J}^{(n)} = \sigma \vec{E}, \qquad \vec{J} = \vec{J}^{(n)} + \vec{J}^{(s)},$$

écrites en unités Heaviside, où Λ est la constante de London et σ la conductibilité.

([2]) *Phys. Rev.*, 56, 1939, p. 426, table II.

([3]) P. Fong, *Phys. Rev.*, 89, 1953, p. 332.

([4]) *Rev. Mod. Phys.*, 18, 1946, p. 513; C. D. Coryell et N. Sugarman, *The Fission Products*, Mc Graw Hill, 1951, p. 2 000; L. E. Glendenin, E. P. Steinberg, M. G. Inghram et D. C. Hess, *Phys. Rev.*, 84, 1951, p. 860.

(*) Séance du 16 novembre 1953.

Introduisons les symboles complexes $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$, $\vec{\mathcal{J}}$, définis par $\vec{\mathcal{E}} = \vec{E}e^{i\omega t}$ et les analogues, $\mathcal{E}^\star$, $\mathcal{H}^\star$, $\mathcal{J}^\star$, les imaginaires conjuguées. En tenant compte de

$$\mathcal{H}^\star \operatorname{rot} \vec{\mathcal{E}} - \vec{\mathcal{E}} \operatorname{rot} \vec{\mathcal{H}}^\star = \operatorname{div}\left[\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{H}}\right]$$

et de

$$\vec{\mathcal{J}}^{(n)} = i\omega\sigma\Lambda\vec{\mathcal{J}}^{(s)},$$

il vient

$$-\operatorname{div}\frac{1}{2}c\left[\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{H}}^\star\right] = \frac{\bar{J}^{(n)2}}{\sigma} + 2i\left[\frac{1}{2}\Lambda\bar{J}^{(s)2}(1-\omega^2\Lambda) + \frac{1}{2}\bar{H}^2\right],$$

$\bar{J}^{(n)}$, $\bar{J}^{(s)}$, $\bar{H}$ sont les valeurs moyennes (réelles) de $\left|\vec{J}^{(n)}\right|$, $\left|\vec{J}^{(s)}\right|$, $\left|\vec{H}\right|$. Aux fréquences non optiques ($\omega^2\Lambda \ll 1$), la partie imaginaire est égale au double de la somme des énergies magnétiques et du supra-courant. Par analogie avec le conducteur normal où $(1/2)L_i I^2$ s'identifie avec cette partie imaginaire, il paraît donc naturel de définir le coefficient L_i du supra-conducteur par

$$(2) \qquad \frac{1}{2}\frac{L_i\bar{I}^2}{c^2} = \int_{V_i}\frac{1}{2}(\Lambda\bar{J}^{(s)2} + \bar{H}^2)\,dV_i.$$

2. *Exemple de calcul du coefficient d'auto-induction d'un supra-conducteur.* — Considérons un supra-conducteur constitué par un fil cylindrique « épais » (de rayon $R \gg c\sqrt{\Lambda}$), d'axe z. En coordonnées cylindriques (r, θ, z).

$$-\frac{1}{2}\operatorname{div}c\left[\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{H}}^\star\right] = \frac{1}{2}c\frac{i\omega\Lambda}{1+i\omega\sigma\Lambda}\mathcal{J}_z\mathcal{H}_0^\star,$$

$\mathcal{H}_0^\star$ s'exprime à l'aide des fonctions de Bessel de ikR [1] avec

$$k = \frac{1}{c\sqrt{2\Lambda}}\left\{\left[1+(1+\omega^2\sigma^2\Lambda^2)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}} + i\left[(1+\omega^2\sigma^2\Lambda^2)^{\frac{1}{2}} - 1\right]^{\frac{1}{2}}\right\}.$$

De (1) et (2) on déduit après intégration

$$(3) \quad \frac{1}{2}\frac{4i\bar{I}^2}{c^2} = \frac{1}{2}\frac{\omega\Lambda\bar{I}^2}{8\pi^2R^3(1+\omega^2\sigma^2\Lambda^2)} \times\left\{1 + \frac{2R}{c\sqrt{2\Lambda}}\left[1+(1+\omega^2\sigma^2\Lambda^2)^{\frac{1}{2}}\right] + \frac{2\omega\sigma\Lambda}{c\sqrt{2\Lambda}}\left[(1+\omega^2\sigma^2\Lambda^2)^{\frac{1}{2}} - 1\right]^{\frac{1}{2}}\right\}.$$

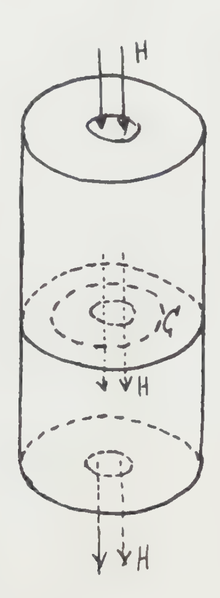
(3) fournit immédiatement la formule générale donnant L_i par unité de volume. Celle-ci se réduit à

$$(4) \qquad L_i \approx \frac{\sqrt{\Lambda}}{4\pi^2R^2c}\left(1+\frac{1}{4}\omega^2\sigma^2\Lambda^2\right) \qquad \text{si} \quad \omega\sigma\Lambda \ll 1.$$

---

(1) M. v. LAUE, *Theorie der Supraleitung*, Springer, Göttingen, 1947.

Une intégration directe de l'énergie $(1/2)\Lambda\vec{J}^2+(1/2)\vec{H}^2$ pour un supra-courant continu ($\omega=0$) permet de retrouver la valeur (4). Le coefficient L_i est en ce cas égal au double de la valeur qu'il aurait si l'on tenait compte uniquement de l'énergie libre magnétique.



3. *Application à l'énoncé de la loi de persistance du flux.* — Considérons par exemple le cas d'un supra-conducteur multiplement connexe en forme de cylindre. Soient F le flux initial d'un champ H parallèle à son axe à travers une surface limitée par C, $L_i^{(s)}$ la partie de L_i affectant l'énergie du supra-courant. Si C est choisie sur la surface intérieure du cylindre, on démontre que

$$c\int_C \Lambda J_s^{(s)}\,ds=\frac{2L_i^{(s)}I}{c}=\frac{L_iI}{c},$$

où I est le courant parcourant le cylindre. L'équation de London

$$c\int_C \Lambda\,\vec{J}_s^{(s)}\,ds+\int_C \vec{A}_s\,ds=F$$

($\vec{A}$ est le potentiel vecteur du champ magnétique) se met donc sous la forme

$$\frac{L_iI}{c}+\frac{L_eI}{c}=F. \tag{5}$$

L'équation (5) est générale; si C est à une distance $r\gg c\sqrt{\Lambda}$ de la surface intérieure (supra-conducteur épais), l'intégrale curviligne de courant est nulle, et le terme L_iI/c provient de la partie interne du flux magnétique.

DIÉLECTRIQUES. — *Variations de constante diélectrique de quelques matières plastiques en fonction du champ électrique.* Note de MM. **Guy Mesnard** et **Lucien Eyraud**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Le problème de la variation de la constante diélectrique des isolants en fonction du champ électrique a été traité du point de vue théorique (analogie avec le magnétisme) par divers auteurs (1); les rares mesures effectuées l'ont été surtout sur des liquides et leurs résultats sont incertains (2). Nous allons décrire un dispositif expérimental précis et donner des résultats obtenus avec les matières plastiques.

Le montage est dérivé de la méthode classique des doubles battements permettant de mesurer de très faibles variations de capacité. La substance étudiée forme le diélectrique d'un condensateur plan inséré dans le circuit oscillant d'un oscillateur à lampe du type Hartley. La fréquence des oscillations, qui était de quelques MHz, dépend de la constante diélectrique ε de la substance. Par battement de ces oscillations avec celles de l'oscillateur local d'un ondemètre hétérodyne, on obtenait une tension BF qui était étudiée en observant sur l'écran d'un oscillographe cathodique les figures de Lissajous qu'elle formait avec la tension fournie par un générateur BF réglable étalonné. Les alimentations de l'oscillateur expérimental et de l'ondemètre étant indépendantes et stabilisées, on pouvait ainsi mesurer une variation de fréquence de l'oscillateur de 10 Hz, ce qui correspond pour ε à une variation relative de l'ordre de 5.10^{-6}.

Pour l'application d'une haute tension continue au condensateur expérimental, le circuit oscillant contenait en série avec celui-ci un condensateur étalon très stable à vide : le pôle négatif de la haute tension était relié à la cathode de l'oscillateur et le pôle positif à la borne commune aux deux condensateurs par l'intermédiaire d'une self de choc et d'une résistance élevées afin d'éviter toute réaction appréciable de la source haute tension sur l'oscillateur.

Les variations de capacité du condensateur expérimental obtenues avec les matières plastiques doivent être attribuées essentiellement aux variations de ε dues à la polarisation diélectrique (polarisation induite et orientation des dipôles permanents); il faut tenir compte aussi des charges électriques présentes dans le diélectrique. L'attraction des armatures et

---

(1) P. Debye, *Polar Molecules, Chemical Catalog Co*, New-York, 1929, p. 109; H. Fröhlich, *Theory of Dielectrics*, Oxford University Press, London, 1949; C. J. F. Böttcher, *Theory of Electric Polarization*, Elsevier Pub. Co, 1952.

(2) J. Granier, *Les Diélectriques*, Dunod, 1948.

l'électrostriction ont des effets très réduits; on a limité au maximum ceux des pertes et de l'échauffement du diélectrique. Les plastifiants et les charges produisent des variations s'ajoutant à celles qui sont dues à la matière plastique proprement dite. L'état physique de ces substances n'est d'ailleurs pas rigoureusement uniforme; c'est ainsi que des échantillons donnaient des résultats différents suivant le sens dans lequel était appliqué le champ; il y a d'ailleurs des influences parasites (humidité,...). Nos mesures sont ainsi un moyen précieux d'étude de structures.

Des échantillons de chlorure de vinyle pur présentant divers degrés de polymérisation (ε entre 3,8 et 5,15) ont manifesté une croissance de ε avec le champ, surtout nette à partir de 12 000 V/cm; la variation relative de ε est de l'ordre de 2.10^{-4} lorsqu'on applique un champ de 50 000 V/cm. Une tendance à la décroissance se manifeste avec une constante de temps plus grande, de sorte que lorsqu'on diminue le champ après avoir atteint un maximum on trouve des valeurs de ε plus faibles puis une légère augmentation de ε lorsque le champ se rapproche de zéro. L'amplitude des variations diminue d'ailleurs en général lorsque l'on presse de plus en plus l'échantillon entre les armatures.

Les échantillons de chlorure de vinyle renfermant les plastifiants et charges usuels conduisent à une croissance beaucoup plus importante; ε varie particulièrement vite autour de 5 000 V/cm, puis on atteint une certaine saturation (analogie avec la courbe d'aimantation d'un corps ferromagnétique), avec une amplitude relative totale de variation atteignant quelques millièmes pour un champ de 100 000 V/cm. L'amplitude diminue encore quand la pression augmente, la saturation étant moins vite atteinte. Des effets d'hystérésis se manifestent; en particulier on observe, pour un échantillon que l'on vient de placer, et avant l'application du champ, une dérive de fréquence traduisant une évolution mécanique avant stabilisation. Des variations aussi importantes de ε peuvent entraîner des distorsions nettes dans les transports de hautes tensions alternatives par câbles.

Des échantillons de polyéthylène plastifiés ou chargés nous ont donné des résultats plus complexes. Quand le champ croît, ε décroît d'abord jusque vers 30 000 V/cm puis croît. Sur un échantillon pur on n'observe plus qu'une croissance d'allure parabolique. Une croissance a également été observée avec des échantillons de papier cellophane, de chlorydrate de caoutchouc, d'acétate de cellulose, d'isobutyrate de cellulose (échantillons commerciaux plus ou moins plastifiés et chargés), les variations étant beaucoup plus importantes que pour le chlorure de vinyle pur.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude physico-chimique des complexes de l'ion argent et de l'histidine en milieu alcalin.* Note de Mme **Suzanne Valladas-Dubois**, présentée par M. Paul Pascal.

En milieu alcalin, l'histidine forme avec l'ion argent trois complexes différents : $|AAg_2|^+$ (pK_1 9,49), $|AAg|$ (pK_2 7,34), $|A_2Ag|^-$ (pK_3 8,9).

Après avoir montré que les complexes de l'histidine dépendent de sa forme ionique et par conséquent du pH de la solution, j'avais étudié dans une précédente Note (1) le comportement de cet amino-acide vis-à-vis de l'ion argent en milieu neutre, c'est un domaine où la forme AH de l'histidine prédomine par rapport à la forme A^-. Dans ce présent travail, j'ai recherché les complexes formés en milieu alcalin où, au contraire, la forme A^- est en excès.

J'ai utilisé la méthode des variations continues appliquée à l'absorption (2) et la méthode potentiométrique (2).

Méthode des variations continues. — L'étude a été faite sur des solutions de nitrate d'argent et d'histidine alcalinisée par la soude (pH 11). Avec des solutions équimoléculaires, on observe un maximum d'absorption très aigu pour 66 % de NO_3Ag, les deux constituants étant transparents aux longueurs d'onde utilisées. La position de ce maximum reste indépendante et de la concentration ($2{,}51.0^{-3}$ M, 10^{-3} M) (3) et de la longueur d'onde (2 400 à 2 800 Å). On peut supposer la formation d'un seul complexe absorbant correspondant à 2 mol de NO_3Ag pour 1 d'histidine.

L'étude des solutions non équimoléculaires permet (2) de calculer la stabilité du complexe $|AAg_2|^+$ formé.

Concentration en histidine (Γ).	Concentration en NO_3Ag (Γ').	$p = \frac{\Gamma'}{\Gamma}$.	Composition maximum (x).	pK_1 (4)
10^{-3}	$2{,}5.10^{-3}$	2,5	0,460	9,21
5.10^{-4}	$2{,}5.10^{-3}$	5	0,306	9,68
$3{,}33.10^{-4}$	$2{,}5.10^{-3}$	7,5	0,233	9,81

On met ainsi en évidence le complexe $|AAg_2|^+$, pK_1 9,49 qui correspondrait à l'histidinate d'argent $C_6H_7O_2N_3Ag_2 + H_2O$ isolé par Hedin (5) en milieu ammoniacal.

L'examen de la courbe d'absorption des solutions équimoléculaires indique

(1) *Comptes rendus*, **237**, 1953, p. 164.
(2) P. Job, *Ann. Chim.*, **9**, 1928, p. 113.
(3) En solution plus concentrée, il y a précipitation.
(4) K_1 est la constante d'équilibre de la réaction : $A^- + 2Ag^+ \rightleftharpoons |AAg_2|^+$.
(5) *Z. Physiol. Chem.*, **22**, 1896-1897, p. 194.

que cette propriété ne décroit pas régulièrement du maximum vers les pourcentages élevés en histidine, il se forme vraisemblablement d'autres complexes plus riches en ampholyte. Ils ont pu être étudiés par la méthode potentiométrique (2).

Méthode potentiométrique. — On mesure les variations de $[Ag^+]$ quand on ajoute progressivement 1 cm³ de NO_3Ag (N/10) dans 50 cm³ d'histidine; on opère ensuite pour différentes concentrations de l'amino-acide. Soit Γ et Γ'' les concentrations moléculaires de l'histidine et du nitrate d'argent dans la solution étudiée. Les solutions d'ampholyte, alcalinisées par la soude, ont été tamponnées par le tampon Kolthoff et Vleeschhouwer (pH 11,2). Au cours des mesures, ce tampon, de force ionique ($\mu = 0,162$), maintient sensiblement constants et le pH et la force ionique des solutions. Deux complexes ont été identifiés, leur zone d'existence dépend de la valeur de Γ :

1° $\Gamma \leqq 2,5.10^{-2}$. — Le complexe correspond à 1 mol d'histidine pour 1 mol de NO_3Ag et se forme suivant la réaction

$$A^- + Ag^+ \rightleftharpoons |A\,Ag|.$$

Les résultats sont les suivants :

Γ	$2,5.10^{-2}$	$1,25.10^{-2}$	5.10^{-3}	$2,5.10^{-3}$	2.10^{-3}
pK_2	7,27	7,23	7,26	7,50	7,52

On identifie le complexe $|A\,Ag|$, électriquement neutre, pK_2 7,34

2° $\Gamma \geqq 5.10^{-2}$. — Le complexe est formé par 2 mol d'histidine pour 1 mol de NO_3Ag, suivant la réaction

$$2A^- + Ag^+ \rightleftharpoons |A_2Ag|^-$$

L'expérience donne :

Γ	5.10^{-2}	10^{-1}	2.10^{-1}
pK_3	8,88	8,85	8,99

On détermine le complexe $|A_2Ag|^-$, pK_3 8,9.

Aux pH alcalins, l'histidine présente pour l'ion argent une forte affinité qui serait due à une grande réactivité des groupes fonctionnels NH_2 et imidazole. En milieu neutre, cette affinité est sensiblement moindre.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la réalisation d'une cathode de mercure, renouvelée, de surface constante.* Note de Mme **Marie-Paule Simonnin** et Mlle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Pierre Jolibois.

En polarographie classique la cathode est constituée par une goutte de mercure; pour chaque tension appliquée, le courant moyen observé est rendu indépendant du temps d'électrolyse par le renouvellement de la

goutte; mais au cours de la croissance de celle-ci la surface de la cathode varie continuellement.

Certains auteurs (¹) utilisent une microélectrode de platine qui présente une surface constante. Malgré une forte agitation la polarisation reste moins semblable à elle-même, au cours de l'électrolyse que dans le cas d'une électrode à gouttes de mercure.

D'autres auteurs (²) utilisent une surface de mercure qui n'est renouvelée que par une forte agitation.

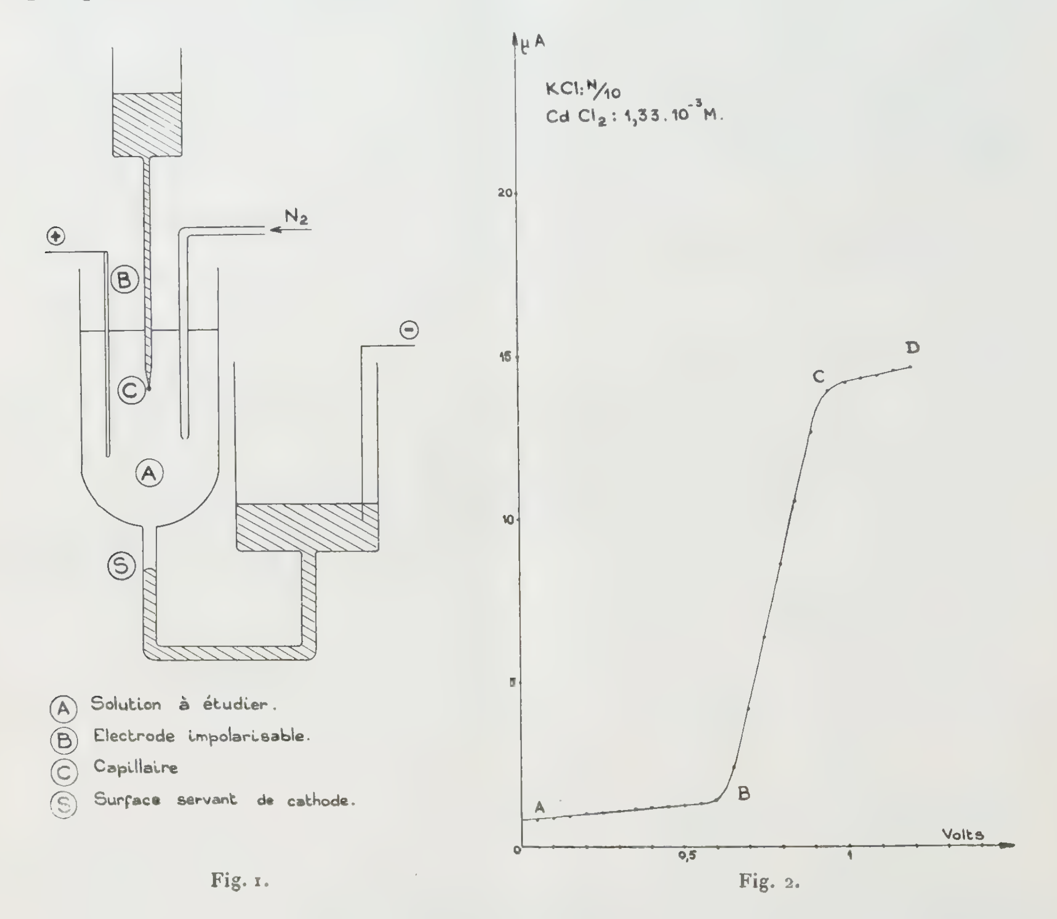


Fig. 1. Fig. 2.

J'ai cherché à réaliser une cathode de surface constante et de polarisation bien définie, en employant une colonne de mercure contenue dans un tube fin. Le renouvellement est assuré par la chute de gouttes de mercure provenant d'un capillaire (³). La figure 1 représente le dispositif utilisé : La tension variable est appliquée entre cette surface constante S et une élec-

(¹) H. A. Laïtinen et I. M. Kolthoff, *J. Phys. Chem.*, 45, 1941, p. 1079.
(²) T. S. Lee, *Anal. Chem.*, 24, 1952, p. 423.
(³) H. Coriou, J. Guéron, H. Hering et P. Lévêque, *J. Chim. Phys.*, 48, 1951, p. 55.

trode impolarisable (ici argent/chlorure d'argent) plongeant directement dans la solution à étudier. Cette solution contient un électrolyte indifférent (chlorure de potassium) et un électrolyte électroréductible beaucoup plus dilué. Un barbotage d'azote purifié destiné à éliminer l'oxygène dissous dans la solution, est maintenu pendant toute la durée de l'expérience, la partie de solution contenue dans le tube semi-capillaire, au-dessus de S, n'étant pas perturbée par ce barbotage.

A titre d'exemple, la figure 2 reproduit une courbe tension-courant obtenue avec ce dispositif. On voit que celle-ci présente l'allure des polarogrammes classiques : Courant résiduel AB, Décharge BC, Courant limite CD.

Il est bien évident que le barbotage d'azote pouvant se poursuivre pendant les mesures, la vague de l'oxygène est supprimée sans qu'il soit nécessaire d'ajouter à la solution une substance réductrice telle que du sulfite. En outre on n'observe pas, au voisinage du point C, de maximum dû à la substance électroréductible elle-même; il n'est donc pas nécessaire d'utiliser comme en polarographie classique un suppresseur de maxima tel que : gélatine, rouge de méthyle, ou bleu de méthylène.

En résumé, on voit qu'il est possible de réaliser une cathode de mercure, renouvelée, de surface constante, susceptible de donner des courbes tension-courant parfaitement reproductibles. Les avantages de cette cathode sur celles utilisées habituellement sont :

— le fait de présenter une surface constante;

— celui d'opérer directement sur la solution à étudier sans y faire aucune adjonction.

Elle paraît donc bien adaptée à l'étude de l'électrolyse.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur le mécanisme de l'action du protoxyde d'azote comme comburant. Détermination du domaine d'inflammabilité des mélanges de ce gaz et de butane. Influence de l'azote et de l'oxygène.* Note (*) de MM. **Guy Pannetier** et **Adrien Sicard**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous avons déterminé le domaine d'inflammabilité de mélanges de protoxyde d'azote et de butane (50 % environ de butane normal et 50 % d'isobutane) pour une propagation ascendante de la flamme dans un tube de 25 mm de diamètre intérieur et de 1 m de longueur. Ce domaine a été comparé à celui que donneraient dans les mêmes conditions, des mélanges ternaires butane-azote-oxygène, ces deux derniers gaz dans la proportion constante d'un tiers d'oxygène.

(*) Séance du 23 novembre 1953.

Les deux diagrammes (*fig.* 1) ont une dissemblance complète tant dans leurs allures aux basses pressions, que dans les valeurs franchement différentes des limites supérieures d'inflammabilité à la pression de 700 mm de mercure par exemple. Ceci exclut toute possibilité, dans une cinétique de l'action du protoxyde d'azote comme comburant, de la rupture de la molécule en ses constituants.

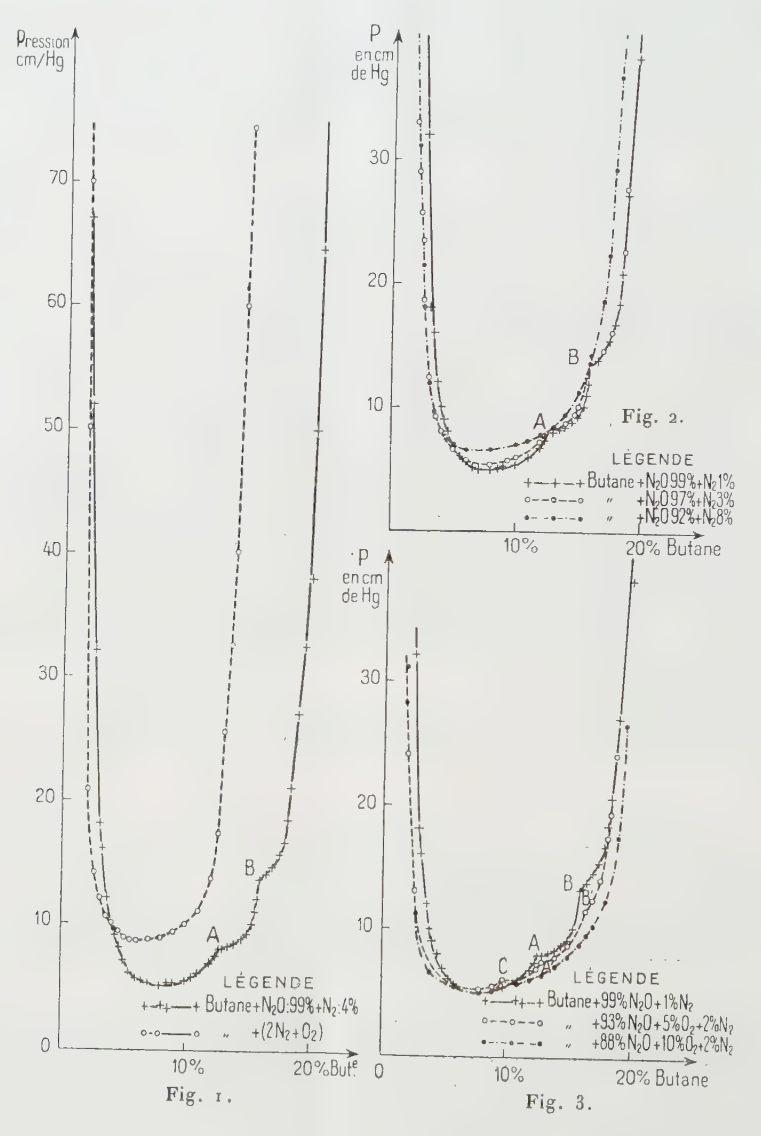


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

D'autres faits militent d'ailleurs en faveur de cet argument. Si la première étape de la combustion était d'abord une dissociation totale du composé azoté, l'addition de quantités croissantes d'azote ou d'oxygène au protoxyde, devrait régulièrement déformer le diagramme tout en en conservant l'allure. Or, si une faible quantité d'azote (3 %) conserve la même

limite supérieure d'inflammabilité, mais déplace pratiquement de moitié (0,95 % au lieu de 1,8 %) la limite inférieure sous une pression de 700 mm, le domaine d'inflammabilité établi dans ces conditions, possède encore les mêmes points singuliers qu'avec le protoxyde pratiquement pur. Ceci montre ainsi l'influence prépondérante du protoxyde. Par contre, pour 8 % d'azote c'est la limite inférieure qui est affectée (20 % au lieu de de 20,5 %) alors que la limite inférieure demeure ce qu'elle était avec 3 % d'azote, mais la courbe n'a plus aucun point de rebroussement (*fig.* 2).

L'action de l'oxygène (*fig.* 3) conduit aux mêmes conclusions. Tant que l'oxygène est en faible concentration (5 % du comburant total) l'action de l'oxygène se superpose à celle du protoxyde d'azote. Aux basses pressions le diagramme contient trois points singuliers : les deux premiers A et B au même endroit que dans le diagramme obtenu avec N_2O, le troisième C, dû au troisième constituant : l'oxygène. Puis, pour de plus fortes concentrations en oxygène (10 %), les points A et B dus au protoxyde s'effacent et seul le point C demeure.

Deux autres faits expérimentaux sont importants : d'une part, la production au cours de ces combustions de vapeurs nitreuses tout au moins pour des proportions du mélange inférieures à 7 % (mélange stœchiométrique), et la présence constante dans l'observation spectrale des flammes de butane et de N_2O des bandes de la molécule NO. Toutes ces observations ne peuvent se justifier qu'en admettant que le fonctionnement du protoxyde comme comburant débute au contact du carburant par la réaction

$$N_2O \rightarrow NO + \ldots$$

Si le comburant est en excès (concentrations en butane inférieures au mélange stoechiométrique) l'excès de protoxyde ou de bioxyde d'azote formé par la réaction précédente, est thermiquement décomposé au passage de la flamme en azote et oxygène, et donne avec NO les vapeurs nitreuses observées.

L'ensemble de ces travaux et d'autres, actuellement en cours, tant avec l'hydrogène et les homologues inférieurs du butane, qu'avec du bioxyde ajouté à N_2O, préciseront l'action du protoxyde d'azote comme comburant.

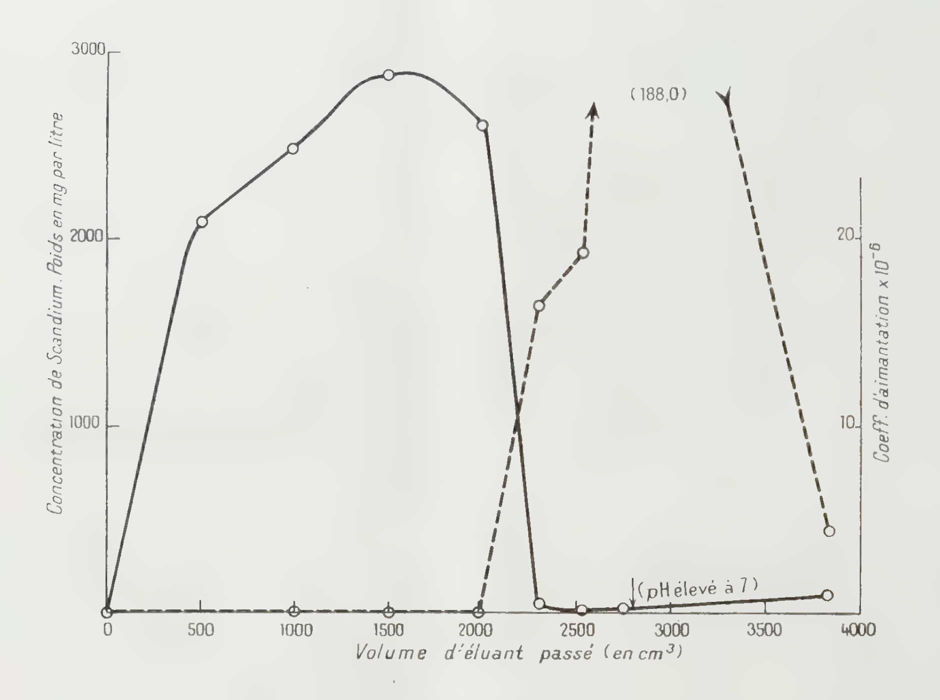
CHIMIE MINÉRALE. — *Utilisation des acides amino-polyacétiques pour la purification du scandium par échange d'ions.* Note (*) de MM. **Vasudeva K. Iya** et **Jean Loriers**, présentée par M. Paul Lebeau.

Les minerais de scandium contiennent toujours une certaine proportion de terres rares qui rendent la purification chimique de cet élément délicate.

(*) Séance du 16 novembre 1953.

L'un de nous a déjà signalé qu'une séparation efficace du scandium et des terres rares peut être obtenue par la méthode des échanges d'ions ([1]), en utilisant comme éluant des solutions d'acide citrique. L'emploi de ces solutions présentant divers inconvénients ([2]), nous avons pensé à les remplacer par des solutions de « célons », acides amino-polyacétiques complexants dont l'efficacité dans la séparation des terres rares par échange d'ions a déjà été éprouvée ([3]), ([4]), ([5]).

Dans la présente Note sont exposés les résultats obtenus en particulier avec l'acide nitrilo-triacétique (trilon) et l'acide éthylène-diamino-tétracétique (acide « enta »), qui permettent de réaliser d'excellentes purifications du scandium.



L'échangeur d'ions utilisé pour nos essais est une résine synthétique du type « Dowex 50 ». La colonne échangeuse d'ions de 115 cm de long et 3 cm de diamètre, peut recevoir des quantités de scandium brut correspondant à 15 g d'oxyde, et le mode opératoire est le suivant : la résine est amenée à la forme acide par passage d'une solution d'HCl à 5 %, puis le mélange de scandium et de terres rares en solution chlorhydrique est fixé sur la colonne

([1]) V. K. Iya, *Comptes rendus*, **236**, 1953, p. 608.
([2]) F. Trombe et J. Loriers, *Comptes rendus*, **236**, 1953, p. 1567.
([3]) J. Loriers et D. Carminati, *Comptes rendus*, **237**, 1953, p. 1328.
([4]) F. T. Fitch et D. S. Russell, *Canad. J. Chem.*, **29**, 1951, p. 363-371.
([5]) R. C. Vickery, *J. Chem. Soc.*, **835**, 1952, p. 4357; *Nature*, **170**, 1952, p. 665.

à pH 1,8. La résine est ensuite ramenée à la forme ammonium par rinçage avec une solution de $ClNH_4$, et l'on procède enfin à l'élution.

Nous avons d'abord employé comme éluant une solution d'acide nitrilotriacétique à 20 g/l, obtenue en dissolvant l'acide dans une quantité d'ammoniaque calculée, puis additionnée de 2 % d'acide acétique et ajustée à pH 4.

La figure 1 représente les résultats obtenus dans une expérience-type, dans laquelle on a traité 5,2 g d'oxyde de scandium brut. On a indiqué en fonction du volume d'éluant passé, d'une part (trait plein) la concentration de chaque fraction (en mg d'oxyde par litre), d'autre part (pointillé) la valeur de la susceptibilité magnétique χ, qui permet un bon contrôle de la pureté du scandium (l'oxyde de scandium est dia-magnétique avec χ voisin de zéro). Les courbes montrent que la sortie du scandium a lieu dès le passage du trilon, et qu'une séparation pratiquement totale du scandium et des terres rares est obtenue dans ces conditions. Des résultats encore meilleurs ont été obtenus en travaillant à flux ascendant, le mélange étant fixé initialement au bas de la colonne. Dans ce cas, la différence de masse atomique entre le scandium (M.A. 45,1) qui sort en premier, et les terres rares beaucoup plus lourdes (M.A. 138,9 à 175), favorise certainement la séparation.

Nous avons utilisé ensuite comme éluant des solutions d'acide éthylène-diamino-tétracétique dont le sel sodique est un produit commercial courant (célon E). Ce sel se dissout facilement dans l'eau sans addition d'ammoniaque. Nous avons trouvé cependant qu'une addition d'ions ammonium (sous forme d'acétate) avait une influence favorable sur la concentration du scandium dans l'éluat. Les résultats obtenus avec le célon E sont analogues à ceux que donne le trilon. Comme ce dernier, il permet d'obtenir des solutions de scandium beaucoup plus concentrées qu'avec l'acide citrique de sorte que le procédé se prête bien à la purification de quantités importantes de produits.

CHIMIE MINÉRALE — *Étude de la décomposition thermique sous vide de chlorures hydratés.* Note de Mme **René Lecuir** et M. **René Lecuir**, présentée par M. Paul Pascal.

L'étude, par diffraction électronique, de la décomposition thermique sous vide des chlorures hydratés Ni, Co, Mn, Cd, nous permet de mettre en évidence au cours de cette décomposition deux composés intermédiaires entre l'hydrate stable sous vide et l'oxyde produit final de cette décomposition.

L'étude de la décomposition sous vide dans l'appareil de diffraction électronique des chlorures de magnésium et de cobalt, a fait l'objet de publications antérieures [1]. Nous précisons dans cette Note le mode de

---

[1] Mme Lecuir et M. R. Lecuir, *Comptes rendus*, **234**, 1952, p. 93 et 832; **235**, 1952, p. 946.

décomposition des chlorures hydratés de magnésium, nickel, cobalt, manganèse, cadmium, dont les chlorures anhydres, les hydroxydes et les oxydes sont respectivement isomorphes. Cette décomposition est effectuée par chauffage dans l'appareil de diffraction, dans des conditions où une action propre du faisceau d'électrons peut être tenue pour négligeable.

De 20 à 200°, les premiers clichés présentent des bandes floues correspondant à des équilibres entre le sel hydraté stable sous vide et un premier type de sel basique.

Ces diagrammes présentent des distances réticulaires proches de celles observées sur le sel anhydre. On observe simplement une différence d'intensité des raies correspondantes et, dans les diagrammes électroniques, les diffractions 006.

On peut donc admettre pour ce premier type de sel la structure rhomboédrique du sel anhydre. Les paramètres de la maille exprimés dans le système hexagonal sont :

Sel..........	Mg.	Ni.	Co.	Mn.	Cd.
c........	17,25	17,10	17,40	17,40	17,40
a........	3,36	3,42	3,50	3,63	3,90

Dans l'appareil, c'est-à-dire sous vide, les molécules d'eau des hydrates stables dans ces conditions, conduisent par hydrolyse interne à l'élimination de l'acide chlorhydrique et formation d'hydroxyles qui occupent dans la maille rhomboédrique les positions des ions Cl^{+} éliminés. Ces composés seraient du type $Cl(2-x)\,M(OH)x$ ils peuvent être rapprochés des produits préparés par voie humide entre l'hydroxyde et la solution de chlorure, lorsque la teneur en hydroxyde ne dépasse pas une molécule d'hydroxyde pour une molécule de sel.

Sauf pour le chlorure de magnésium, où l'on passe directement à l'oxyde, cette structure reste stable jusqu'à des températures de l'ordre de 300 à 350°, puis la destruction de l'équilibre de ce réseau se traduit par l'apparition de diagrammes dans lesquels des raies peu nombreuses se superposent aux diagrammes d'intensité décroissante de la structure précédente. Bien que la précision des lectures des clichés ne puisse être comparée à celle qui caractérise les rayons X, ces raies peuvent être interprétées par la formation de composés de structure hexagonale, qui sont caractérisées par les paramètres suivants, l'axe *c* de la cellule élémentaire étant très supérieur à l'axe *c* de l'hydroxyde.

Sel...........	Ni.	Co.	Mn.	Cd.	Cd chauffe rapide.
c..........	9,30	10,50	10,80	13,2	14,10
a..........	3,26	3,20	3,40	3,70	3,70

On doit noter que pour le chlorure de cadmium, une vitesse de chauffe rapide conduit à un désordre tel qu'apparaît un diagramme d'anneaux flous, puis la réorganisation du réseau donne naissance à un composé dont l'axe *c* est supérieur à celui du composé obtenu au cours d'une expérience à vitesse de chauffe plus lente.

Comme la diffraction électronique montre qu'on passe directement de la structure hexagonale du sel basique à celle de l'oxyde et comme d'autre part l'anion ne contient pas d'oxygène, l'élimination du chlore se poursuit nécessairement sous forme d'acide chlorhydrique, sans qu'il nous soit possible actuellement de préciser si l'élimination du chlore se fait progressivement ou par disparition de plans privilégiés. On doit donc conclure que les structures précédant la formation de l'oxyde sont caractérisées par une maille comportant la présence d'oxygène, indépendamment des Cl et OH résiduels, et que ses composés peuvent être représentés par une formule du type $aCl(2-x)$, $M(OH)_x$, bMO.

Les chlorures hydratés de Mg, Ni, Co, Mn, Cd, lorsque l'hydrate stable est formé sous vide, retiennent énergiquement une eau de constitution dont le départ ne peut être réalisé sans destruction du composé. La diffraction électronique permet de constater que cette décomposition se produit avec un dégagement d'acide chlorydrique dû à la réaction du chlore sur l'eau d'hydratation résiduelle.

Entre le sel hydraté et l'oxyde, la substitution dans le réseau des ions Cl (éliminés sous forme d'acide chlorhydrique) par des hydroxyles, se produit en donnant un réseau analogue à celui du sel anhydre.

Lorsque l'élimination du chlore se poursuit à des températures de l'ordre de 300° en détruisant les hydroxyles, le réseau devient instable et la structure de ces premiers types de sels basiques est détruite, soit pour donner l'oxyde directement (magnésium), soit pour donner une deuxième structure stable caractérisée déjà par l'existence de l'oxygène à côté des hydroxyles et des chlores. Puis le dernier stade de décomposition aboutit à l'oxyde pur.

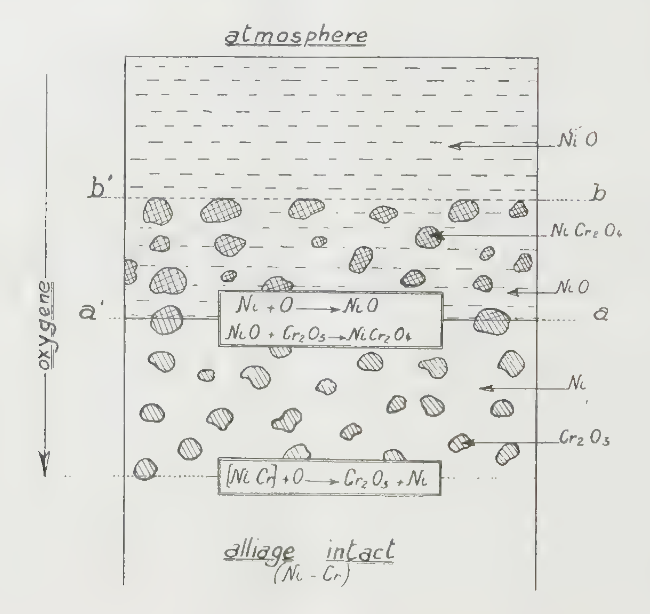
CHIMIE MINÉRALE. — *Étude comparée du mécanisme de l'oxydation des alliages binaires fer-chrome, nickel-chrome et nickel-aluminum.* Note de MM. **Jean Moreau** et **Jacques Bénard**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Dans une Note précédente (1) l'un de nous a analysé le mécanisme de l'oxydation d'alliages binaires fer-chrome de composition variable à des tem-

(1) J. Moreau, *Comptes rendus*, 236, 1953, p. 85.

pératures suffisamment élevées pour que la réaction soit active et donne naissance à des couches d'oxyde d'épaisseur appréciable. Nous avons eu la possibilité de compléter et d'étendre cette étude à une gamme d'alliages binaires faiblement alliés possédant des caractéristiques comparables du point de vue de l'oxydation. Nous nous sommes adressés aux binaires nickel-chrome ($0 < Cr\,\% < 10$) et nickel-aluminium ($0 < Cr\,\% < 5$). L'examen des échantillons, oxydés à l'air à des températures variant de 800 à 1300° C suivant les cas a été fait au moyen de la diffraction des rayons X et de la micrographie sur sections polies.

L'ensemble des résultats expérimentaux conduit à proposer pour ces alliages, lorsqu'ils sont soumis à une oxydation rapide, un mécanisme commun de réaction qui peut être schématisé comme il est indiqué dans la figure. Nous le décrirons en prenant comme exemple l'alliage binaire nickel-chrome à 5 % Cr dans lequel le nickel, constituant dominant, est en même temps l'élément le moins oxydable.



L'examen des échantillons après oxydation permet de distinguer trois régions :

1° A l'intérieur de la phase métallique, au voisinage immédiat de sa surface (a, a'), une couche mixte métal-oxyde composée de granules d'oxyde Cr_2O_3 dispersés dans du nickel pur.

2° Une région biphasée intermédiaire (a, b) constituée par des granules de chromite de nickel $NiCr_2O_4$ présentant la structure cubique des spinelles ($a = 8{,}30$ Å), dispersés dans une matrice d'oxyde de nickel NiO ($a = 4{,}17$ Å).

3. En contact avec l'atmosphère, une région constituée par de l'oxyde de nickel NiO pur.

Les alliages nickel-aluminium oxydés présentent une morphologie analogue, mais dans ce système, ce sont des granules d'alumine qui sont dispersés dans la couche mixte interne et des granules d'aluminate de nickel ($a=8{,}05$ Å) dans la phase NiO. L'aspect des alliages fer-chrome ($0 < Cr\,\% < 7\,\%$) oxydés décrit dans la Note déjà citée est analogue au précédent. On observe en particulier une région dans laquelle des granules de chromite de fer $FeCr_2O_4$ sont dispersés au sein de FeO et une couche mixte de granules de Cr_2O_3 dispersés dans le métal sous-jacent; cette dernière qui n'apparaît que pour les alliages à faible teneur n'avait pas été décrite dans la Note précédente. On note en outre que, dans ce système, le métal de base (fer) donne naissance successivement aux trois oxydes FeO, Fe_3O_4, Fe_2O_3, tandis que dans les alliages à base de nickel, ce métal ne donne naissance qu'à un seul oxyde.

La formation dans tous ces alliages d'une couche mixte métal-oxyde au voisinage de la surface est à rapprocher des observations faites par différents auteurs au cours de l'oxydation de certains alliages à base de cuivre ([2]) et d'argent ([3]). L'oxygène provenant des oxydes compacts superficiels (NiO ou FeO) diffuse au sein du métal et réagit sélectivement sur le constituant le plus oxydable (Cr ou Al) qui s'élimine ainsi de la phase métallique. En particulier des mesures précises du paramètre cristallin par la méthode en retour montrent qu'il se forme du nickel pur dans cette région. Ce résultat est en accord avec les observations faites antérieurement par Chevenard et Waché ([4]) au moyen de l'analyse thermomagnétique sur un alliage Ni—Cr à 5,2 % Cr. Le développement de cette couche mixte est subordonné à la diffusion de l'oxygène qui s'effectue suivant une loi parabolique, comme nous avons pu le montrer en étudiant la cinétique de déplacement du front de réaction dans ces systèmes d'alliages. Il ne semble pas que la diffusion s'opère d'une manière plus rapide aux limites intercristallines.

Dans la région immédiatement supérieure, les granules de Cr_2O_3 ou Al_2O_3 formés dans les conditions précédentes se trouvent en contact avec l'oxyde compact du métal de base et se combinent à celui-ci pour donner les granules de spinelle $FeCr_2O_4$, $NiCr_2O_4$ ou $NiAl_2O_4$.

Le mécanisme qui vient d'être exposé peut être étendu à de nombreux alliages binaires dans lesquels le constituant le plus oxydable figure en proportions peu élevées. Il ne se manifeste toutefois que dans les zones de températures où la réaction est active. Nous nous proposons de décrire dans un prochain Mémoire les modifications qu'il subit lorsque la vitesse d'oxydation se trouve ralentie par suite d'un changement de la composition ou d'une diminution de la température.

([2]) F. N. Rhines, *Trans. A. I. M. E.*, **137**, 1940, p. 246; *Journal of Corrosion*, **4**, n° 2, 1947, p. 15.

([3]) J. L. Meijering et M. J. Druyvesteyn, *Philips Res. Rep.*, **2**, 1947, p. 81 et 260.

([4]) *Rev. Mét.*, **14** (mai-juin 1948).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide benzoylacrylique. Action des amines secondaires et tertiaires.* Note de MM. **Joseph Bougault** et **Pierre Chabrier**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans deux Notes précédentes [1] nous avons montré les modalités selon lesquelles l'acide benzoylacrylique $C_6H_5.CO.CH{=}CH.CO_2H$ fixe, sur sa liaison éthylénique, l'ammoniaque, et les bases organiques primaires. Pour compléter cette étude, nous avons examiné comment se comportent les amines secondaires et tertiaires.

1. La plupart des amines secondaires examinées, à deux exceptions près (la morpholine et la pipérazine) ne se fixent pas sur la liaison éthylénique de l'acide benzoylacrylique.

Les amines tertiaires, comme on pouvait le prévoir, sont également sans action.

Nous avons cependant observé que l'une d'elles, la pyridine, est susceptible de se lier avec l'acide benzoylacrylique, mais suivant un mode très spécial. Il s'agit ici d'une liaison diénique formée de la combinaison d'une molécule de pyridine avec deux molécules d'acide benzoylacrylique, ce qui conduit au schéma suivant (ou à un isomère).

```
                              CH
C6H5.CO.CH    CH  /        \  CH—CH.CO.C6H5
          |     |      |      |   |
  CO2H—CH—CH    \      |     /CH—CH.CO2H
                    \  |  /
                       N
```

Si à une solution éthérée de pyridine (1 mol) on ajoute 2,5 mol d'acide benzoylacrylique, on recueille après 48 h, un abondant précipité cristallisé; l'excès d'acide benzoylacrylique restant dissous dans l'éther. Le composé isolé fond à 123°. Il est insoluble dans l'éther, un peu soluble dans l'alcool, un peu soluble dans l'eau bouillante d'où il cristallise inaltéré par refroidissement.

Stable en solution acide dilué, il est très sensible en réaction alcaline et l'odeur de pyridine apparaît rapidement, même à froid. Cependant il donne des sels stables avec les métaux alcalins à condition de ne pas dépasser la neutralité pendant la saturation de l'acide.

L'acide benzoylacrylique se lie également, et sans doute dans les mêmes rapports avec d'autres corps dérivés de la pyridine, en particulier avec l'acide β-nicotinique et avec l'amide de ce dernier acide. Les composés correspondants sont à l'étude.

---

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1378, et **230**, 1950, p. 2122.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une méthode de préparation de cétones symétriques supérieures éthyléniques ou saturées.* Note de M. **René Clément**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Les modifications apportées à la méthode de Piria de préparation des cétones par Eastearfield et Taylor [1] ont permis d'en étendre l'application aux cétones symétriques supérieures comme la stéarone. Mais cette méthode ne donne qu'un rendement faible dans le cas des cétones éthyléniques (10 à 15 %); le chauffage à des températures élevées (280 à 330°) entraîne une isomérisation notable des produits obtenus, ainsi que l'ont observé les auteurs précités.

Au cours de précédents travaux [2], nous avions signalé la préparation de la stéarone, avec un rendement de 90 %, à partir de l'α-stéarylstéarate d'éthyle. La palmitone s'obtient de même. Nous avons cherché à étendre cette méthode à la préparation des cétones symétriques insaturées.

Les esters d'acides gras insaturés sont condensés à 135-140° en présence d'hydrure de sodium. Les β-céto esters obtenus sont décomposés par action de la potasse alcoolique à l'abri de l'air. Les cétones correspondantes sont isolées facilement de la solution alcoolique dans laquelle elles sont peu solubles.

Le tableau I donne les constantes physiques relatives aux esters éthyliques de départ, aux β-céto esters formés et aux cétones correspondantes, avec le rendement de l'opération.

Tableau I.

Ester éthylique de l'acide.	n_D^{25} de l'ester.	n_D^{25} du β-céto ester.	Cétone correspondante.	Rendement en cétone (%).
Undécylénique........	1,4359	1,4615	F 46°	73
Oléique..............	1,4494	1,4674	F 40°	65
Élaïdique............	1,4515	1,4700	F 70°	68
Érucique.............	1,4533	1,4707	F 48°	65
Linoléique...........	1,4585	1,4740	n_D^{25} 1,4810	60

Le tableau II renferme les résultats d'analyse des cétones obtenues.

Nous avons constaté que la linoléone est fortement oxydable au contact de l'air.

Les rendements signalés ont été obtenus sans prendre de précautions particulières et sont sans doute susceptibles d'amélioration.

Il est aussi à remarquer que certains points de fusion sont inférieurs à ceux précédemment publiés (oléone, 59°,5; érucone, 50-60°) [1]. Ceci n'a rien

---

[1] *J. Amer. Chem. Soc.*, **99**, 1911, p. 2298-2306.

[2] *Comptes rendus*, **236**, 1953, p. 718.

d'anormal, car l'isomérisation *cis-trans* partielle des cétones envisagées augmente considérablement leur point de fusion.

Tableau II.

Cétone.	Indice d'iode trouvé.	Indice d'iode calculé.	Poids moléculaire trouvé.	Poids moléculaire calculé.	Analyse élémentaire trouvé.	Analyse élémentaire calculé.
Undécylénone	162	165,5	305	306	C 82,05 H 12,54	82,26 12,52
Oléone	100	100	495	503	C 83,31 H 13,08	83,56 13,23
Élaïdone	99,5	100	498	503	C 83,27 H 13,14	83,56 13,23
Érucone	79	82,5	622	615	C 83,88 H 13,21	83,95 13,44
Linoléone	190	203,5	496	499	C 84,13 H 12,59	84,26 12,53

Nous avons pu constater que le traitement subi dans la préparation ci-dessus n'entraîne pas d'isomérisation appréciable des chaînes carbonées mises en jeu.

Ces divers résultats permettent d'envisager une méthode générale de préparation des cétones symétriques supérieures saturées et insaturées avec un rendement acceptable.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelles synthèses de nitrites nitrates et de nitrates-alcools par action du peroxyde d'azote sur l'oxyde de propylène.* Note de Mlle **Anne-Marie Pujo** et M. **Jacques Boileau**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Par action du peroxyde d'azote sur l'oxyde de propylène, en présence ou non de solvants nous avons obtenu des esters nitreux-nitriques qui, par méthanolyse, conduisent aux nitrates-alcools. La méthode d'obtention des nitrates-alcools par cette voie est générale.

La récente communication de Nichols (1) au sujet de la préparation d'esters nitriques par addition d'acide nitrique sur l'oxyde d'éthylène nous a incités à publier une partie des résultats de nos recherches concernant l'action du peroxyde d'azote sur l'oxyde de propylène.

Par action du peroxyde d'azote en milieu chloroformique sur l'oxyde d'éthylène, Darzens (2) obtient l'ester nitrique de l'alcool β-nitroéthylique qui par saponification conduit à l'alcool β-nitroéthylique.

(1) Nichols, Magnusson et Ingham, *J. Amer Chem. Soc.*, **75**, 1953, p. 4255.

(2) *Comptes rendus*, **229**, 1949, p. 1148.

Par la méthode de Darzens, nous n'avons pu obtenir de nitro-alcool mais l'ester nitreux-nitrique qui par méthanolyse conduit au nitrate-alcool.

Pour l'oxyde de propylène nous avons les réactions suivantes :

$$CH_3-CH-CH_2(-O-) + N_2O_4 \rightarrow CH_3CHONO_2CH_2ONO \text{ ou } CH_3CHONOCH_2ONO_2$$

$$\begin{cases} CH_3CHONO_2CH_2ONO + CH_3OH \rightarrow CH_3CHONO_2CH_2OH + CH_3ONO \\ CH_3CHONOCH_2ONO_2 + CH_3OH \rightarrow CH_3CHOHOCH_2ONO_2 + CH_3ONO \end{cases}$$

En réalité la réaction ne s'arrête pas à ce stade et donne des produits condensés de formule générale $C_6H_{13}O_5N$ correspondant à l'un des quatres isomères

$$CH_3-CH(ONO_2)-CH_2-O-CH(CH_3)-CH_2OH \qquad CH_3-CH(ONO_2)-CH_2-O-CH_2-CHOH-CH_3$$

$$CH_3-CH(CH_2ONO_2)-O-CH(CH_3)-CH_2OH \qquad CH_3-CH(CH_2ONO_2)-O-CH_2CHOHCH_3$$

Il semble que la condensation ne se poursuive pas loin au delà de ce stade.

Mode opératoire. — Il peut être celui de Darzens, avec ou sans solvant (chloroforme, éther). Le rendement atteint 75-80 %.

L'huile jaune obtenue peut être soit distillée (séparation des esters nitreux-nitriques) soit traitée par l'alcool méthylique) (1,5 mole par mole de nitrite nitrate) pour obtenir l'alcool-nitrate. L'obtention de l'alcool nitrate à partir de son ester nitreux est quantitative.

Ester nitreux-nitrique du propylène glycol (corps peu stable). — $É_{20}$ 68-70°; $n_D^{19°}$ 1,4205; d_{21} 1,256.

Propanol-1 nitrate-2 ou son isomère. — $É_{0,1}$ 60-61°; $n_D^{19°}$ 1,4370; d_{21} 1,234.

$C_3H_7O_4N$, calculé % C 29,74; H 5,78; N 11,50; trouvé %, C 29,08; H 5,93; N 11,48.

Propanol-1 oxy-2 propanonitrate-2 ou ses isomères. — $É_{0,1}$ 79-80°; $n_D^{19°}$ 1,4420.

$C_6H_{13}O_5N$, calculé % C 40,22; H 7,26; N 7,82; trouvé %, C 39,67; H 7,22; N 8,07.

Caractérisation des nitrates alcools. — Par examen aux infrarouges les bandes $-ONO_2$, 1635-1290 cm^{-1} et $-OH$ à 3 400 cm^{-1} ont pu être mises en évidence. Pas de bande $-NO_2$. Par nitration avec un sulfo-nitrique 50/50 nous avons pu identifier le dinitrate de propylène glycol qui est connu. Avec un sulfonitrique à 62,24 % de NO_3H nous avons obtenu le dinitrate de dipropylène glycol. ($É_{0,1}$ 100°; n_D^{15} 1,4460; d_{21} 1,2310) (inconnu dans la littérature).

Identification des deux isomères du mononitrate de propylène-glycol. — Par oxydation au moyen du mélange acétochromique nous avons obtenu une huile qui par action de l'alcool méthylique en présence de SO_4H_2, donne le nitrate du lactate de méthyle $CH_3CHONO_2COOCH_3$.

Ce double ester a été identifié avec celui obtenu par nitration, avec un acétonitrique 50-50, du lactate de méthyle ($É_{16}$ 70°; n_D^{18} 1,4180).

Nous n'avons pu au cours de différents essais d'oxydation, mettre en évidence le nitrate de l'acétol $CH_3COCH_2ONO_2$ qui résulterait de l'oxydation du nitrate-1 propanol-2. La formation du nitrate-2 propanol-1 pourraît s'expliquer ainsi

$$\begin{array}{l} CH_3-\underset{\underset{O^{-}}{|}}{CH}-CH_2^{+} + \overset{+}{N}O_2-\dot{O}NO \\ \rightarrow CH_3-\underset{\underset{ONO_2}{|}}{CH}-CH_2-ONO \xrightarrow{+CH_3OH} CH_3-\underset{\underset{ONO_2}{|}}{CH}-CH_2OH + CH_3ONO\nearrow \end{array}$$

En résumé, l'action du peroxyde d'azote sur l'oxyde de propylène en milieu anhydre, donne, après méthanolyse, des mononitrates de propylène et de dipropylène glycol avec de bons rendements. Pour le mononitrate de propylène glycol, l'alcool primaire se forme avec prédominance.

GÉOLOGIE. — *Évolution morphologique et tectonique récente dans le bassin lacustre de Fès-Meknès (Maroc).* Note de MM. **Jean Margat** et **Pierre Taltasse**, présentée par M. Paul Fallot.

L'étude du réseau hydrographique actuel du bassin lacustre pliocène de Fès-Meknès, conduit à distinguer, dans l'évolution morphologique de celui-ci, deux étapes principales séparées par une phase orogénique d'âge récent. Cette phase s'est traduite, à la fois, par des déformations locales de la surface structurale primitive, la dislocation du premier réseau hydrographique, et un abaissement important, de 180 à 100 m, des niveaux de base des cours d'eau.

Ceci est particulièrement bien mis en évidence par :

— L'existence de vallées actuelles subséquentes, accompagnées de captures et perturbant le réseau primitif conséquent, en relation avec la formation de flexures postérieures à ce premier réseau (Oued Bou Gnaou);

— Des épigénies locales liées soit aux flexures, soit au rejeu d'anticlinaux (Oued Bou R'kaiz, Oued Boufekrane);

— De brusques ruptures de pente dans des profils longitudinaux convexes (Oued Madhouma), qui, conjointement avec la présence de hautes

terrasses de + 180 m, démontrent l'existence d'un premier cycle d'érosion et de remblaiement.

Enfin des coulées basaltiques, postérieures à cette phase orogénique ont achevé, en certains secteurs (Sud du Plateau de Meknès), de modifier le réseau primitif.

Ces diverses observations permettent de retracer de la manière suivante les étapes de l'évolution morphologique et de la tectonique du bassin depuis son assèchement.

Sur la surface émergée et gauchie du bassin lacustre s'est établi un premier réseau hydrographique conséquent. La plupart des artères de celui-ci naissent au pied de la flexure limitant, au Nord, le Plateau tabulaire moyen-atlasique et sont alimentées par d'importantes sources du type exsurgence. Quelques autres artères prolongent d'anciens affluents moyen-atlasiques du lac (Oued Chko, Oued Tizguit, Oued Dfali); mais le développement du régime karstique dans le Plateau tabulaire moyen-atlasique, après la vidange du lac, donne à ces affluences un rôle très secondaire dans l'évolution du réseau du bassin lacustre. La faible concentration du drainage, qui caractérise le réseau actuel, implique que le réseau primitif n'avait pu évoluer jusqu'à un stade de maturité, la très grande perméabilité des dépôts lacustres ayant toujours freiné l'évolution morphologique du bassin.

La seconde étape a débuté avec une phase d'orogénèse marquée par la formation de flexures mineures de direction atlasique ainsi que par le rejeu de plis antérieurs, contemporains de la vidange du lac (flexure majeure de Dar Ait Moussa, anticlinal du Piton Bellot...), entraînant une désorganisation générale du réseau primitif. Ces modifications se sont traduites, en plus de l'abaissement du niveau de base, par l'établissement de cours subséquents, parallèles à ces flexures mineures et orthogonaux aux cours primitifs, ainsi que par des captures et des encaissements épigéniques.

L'abaissement général du niveau de base n'a, cependant, malgré son amplitude, entraîné un surcreusement des profils que sur quelques kilomètres dans les tronçons inférieurs des vallées du bassin lacustre (zone synclinale bordant les rides prérifaines); dans le reste du bassin, les profils des vallées paraissent encore correspondre à l'ancien niveau de base.

Les épanchements basaltiques survenus vers la fin du Quaternaire récent, et qui, au Sud-Est du Plateau de Meknès, ont achevé de désorganiser le réseau et contribué à la formation, par barrage, des marais de Dayet el Kochtam, constituent l'événement le plus remarquable de l'évolution morphologique quaternaire proprement dite.

Il semble, en outre, que la subsidence qui a caractérisé la sédimentation lacustre dans la portion du bassin située en bordure des rides prérifaines,

entre Fès et l'Oued Mikkès, se soit poursuivie avant et après cette phase orogénique. Dans cette zone synclinale ayant servi, depuis l'assèchement du lac jusqu'à une époque très récente, de niveau de base aux cours d'eau de la Plaine du Sais, les formations lacustres, à leur maximum de puissance se trouvent en effet à la cote la plus basse de tout le bassin, et la puissance des dépôts quaternaires (dépôts fluviatiles et atterrissements) qui les recouvrent y atteint son maximum.

Quels que soient les âges, encore discutés, des formations lacustres et de la vidange du lac, la phase orogénique serait probablement de la fin du Villafranchien ou un peu postérieure.

L'existence de deux phases d'érosion caractérisées par deux réseaux hydrographiques différents et séparées dans le temps par une phase orogénique récente ne semble pas avoir encore été signalée dans cette partie du couloir sud-rifain et de ses bordures.

GÉOLOGIE. — *Caractères pétrographiques et chimiques des trachy-andésites du Mont-Dore*. Note de M. **Robert Brousse**, transmise par M. Pierre Pruvost.

Les laves du Mont-Dore sont en grande partie des trachy-andésites, parmi lesquels A. Lacroix [1] avait distingué deux variétés : les *doréites* à faciès andésitique et les *sancyites* à faciès trachytique, mais sans toutefois préciser les bases pétrographiques et chimiques de cette séparation. J'ai repris l'étude de cette question à partir d'échantillons prélevés en des gisements typiques et cette révision m'a conduit à distinguer les deux groupes suivants :

1. *Doréites*. — Les doréites peuvent être définies comme des roches à pâte sombre, à phénocristaux d'augite, de hornblende, d'olivine, ainsi que d'andésine An_{40}, bordée d'oligoclase An_{13}. La pâte est formée de microlithes de ce même oligoclase, d'augite, et de grains d'olivine. Ces éléments sont moulés par de la sanidine, cette dernière n'apparaissant que plus rarement dans le premier temps.

Dans les doréites, le rapport orthose/plagioclase est de 0,60 ce qui situe bien ces roches parmi les trachy-andésites. Le caractère propre à la variété doréite est la richesse relative en augite (17%) et en olivine (4%) par rapport à la somme des constituants.

Chimiquement, les analyses des doréites (A, B, C, D, E, F) données par le tableau ci-joint, permettent de calculer des paramètres qui s'écartent peu des valeurs II.'5.2.3(4). *Il s'agit donc de roches mésocrates, à légère tendance feldspathoïdique, calcoalcalines et sodi-potassiques.*

2. *Sancyites*. — Les sancyites sont par contre des roches de teinte claire. La sanidine constitue 12% des phénocristaux et moule l'oligoclase An_{30}; celle-ci, avec l'augite, la hornblende et la biotite, se présente aussi dans ce premier temps de cristallisation. La pâte est formée essentiellement de plages xénomorphes d'oligoclase An_{13} et de sanidine. La tridymite y est abondante, elle représente 9 % de la roche.

---

[1] *Bull. Soc. Géol. Indochine*, 20, 1933, fasc. 3.

Chimiquement, les analyses ci-jointes de sancyites (F, G, H, I) permettent de calculer des paramètres qui s'écartent peu de I (II).4 (5). 2.3 (4)., *caractérisant des roches leucocrates, à tendance quartzique, calco-alcalines et sodi-potassiques.*

A. Doréite.	Carrière Mignale	(An. nouv. Rouger)............	II.6 (5).'3.'4
B. »	Plateau de l'Angle	(An. Raoult, *in* Lacroix).......	II'.5.2.'4
C. »	Les Edembouches	(An. Pisani, *in* Lacroix).......	II.5.2'.3 (4)
D. »	Le Cliergue	(An. nouv. Blot)...............	II.'5.2 (3).'4
E. »	La Grande Cascade	»	II.'5.2.3 (4)
F. Sancyite.	Le Capucin	»	I (II).4 (5).2.3 (4)
G. »	Le Sancy (dyke)	»	I (II).4 (5).2.3 (4)
H. »	Le Puy de la Tache	»	I'.4'.2.3 (4)
I. »	Le Sancy (sommet)	»	I (II).4 (5).2.3 (4)

	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	I.
SiO_2.......	52,00	53,26	54,41	53,40	57,90	61,60	63,40	61,40	63,80
Al_2O_3.......	18,72	15,75	16,50	16,40	15,50	15,80	17,50	17,10	16,40
Fe_2O_3......	3,04	4,98	4,63	4,65	6,20	3,60	3,95	3,60	2,45
FeO.......	4,09	2,33	2,70	4,70	0,30	2,50	0,90	1,30	1,35
MgO......	4,63	3,87	2,20	2,50	3,40	1,73	1,20	0,70	1,40
CaO.......	7,08	8,66	7,53	6,20	4,80	4,20	3,40	3,00	2,60
Na_2O......	4,38	4,45	4,58	3,94	4,40	3,90	4,80	4,40	4,70
K_2O.......	3,48	3,35	3,74	3,08	4,10	3,80	4,50	3,90	4,50
TiO_2.......	1,53	3,10	2,60	3,60	1,10	1,48	0,35	1,15	1,10
P_2O_5......	0,68	0,16	0,30	0,20	0,30	0,21	0,05	0,30	0,25
H_2O^+......	0,10	0,42	1,25	0,82	0,05	0,44	0,08	1,85	0,50
H_2O^-......	0,50			0,22	0,35	0,53	0,71	0,85	0,50
TOTAL....	100,23	100,30	100,44	99,71	98,40	99,89	100,84	99,55	99,35
si.........	138,1	146,6	160,0	160,6	185,5	224,5	234,1	246,5	256,0
ti.........	3,3	6,4	5,9	8,1	2,6	4,1	1,1	3,3	3,3
p..........	0,8	0,1	0,4	0,1	0,3	0,2	0,2	0,3	0,3
al.........	29,1	25,4	29,0	29,1	29,2	33,9	38,1	40,6	38,6
fm........	33,5	31,4	27,0	33,4	32,4	32,1	27,1	20,6	20,2
c..........	20,1	25,4	24,0	20,0	16,5	16,4	13,5	13,0	11,5
k..........	0,34	0,32	0,35	0,34	0,38	0,38	0,38	0,36	0,39
mg........	0,71	0,75	0,59	0,48	0,95	0,55	0,69	0,48	0,66

Le calcul montre en outre que dans tous les trachy-andésites du Mont-Dore, la somme des feldspaths est constante et représente environ 77 % de la roche. Les doréites se distinguent donc essentiellement des sancyites par les proportions des autres minéraux (augite, olivine, biotite, tridymite) constituant les 23 % restants. De plus, comme dans la plupart des roches volcaniques d'Auvergne, le rapport pondéral de la potasse à la soude est dans tous les cas voisin de l'unité.

GÉOLOGIE. — *Allochtone sud-tellien et autochtone présaharien au Nord du Hodna* (Algérie). Note de M. **André Caire**, transmise par M. Pierre Pruvost.

Au Nord du bassin du Hodna, l'atlas tellien, sur la moitié de sa largeur, recouvre l'atlas saharien, ou pour mieux dire, la bordure présaharienne de ce dernier. On peut reconstituer l'histoire de ce recouvrement, et des phases qui l'ont précédé et suivi.

L'autochtone des Monts du Hodna et de la région de Mansourah, apparaissant en fenêtres ou demi-fenêtres sous l'allochtone Sud-tellien, peut être considéré comme la bordure Nord de l'Atlas saharien. Après quelques légers mouvements locaux d'âge crétacé et éocène, cette bordure a été affectée par deux phases successives.

Une première phase, très probablement contemporaine de la phase majeure de l'Atlas saharien, qui présente un style et une direction sahariennes : à petite échelle, la région de Mansourah-El Hamra, où affleure le Crétacé inférieur ou le Jurassique supérieur, se situe en effet sur l'axe de l'aire anticlinale des Rahmane. D'ailleurs, il existe des accidents de direction saharienne dans tout le Tell : ce sont les accidents transversaux de M. L. Glangeaud [1]. Mais certains de ces derniers sont moins nets dans la partie Nord du Tell. Ainsi, les accidents de direction saharienne affectent l'autochtone et l'unité A dans la région de Mansourah [2], mais ne se manifestent pas dans la chaîne des Biban. Celle-ci a en effet été poussée vers le Sud après le glissement de l'unité A [2].

A partir du Miocène moyen, la bordure Nord de l'Atlas saharien a de nouveau subi des dislocations de direction saharienne (région de Mansourah), mais aussi des déformations locales de direction tellienne Est-Ouest (Monts du Hodna). C'est ce qui fait l'individualité de cette *bordure présaharienne*, pour reprendre un terme de J. Savornin [3].

Dans l'unité A, comme dans l'Atlas saharien, les phases tectoniques qui ont pu se succéder entre le Lutétien supérieur et le Cartennien ne peuvent être distinguées [4].

---

[1] *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 6e série, **1**, 1951, p. 735-762.

[2] A. Caire, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 6e série, **1**, 1951, p. 721-734.

[3] *Thèse Sc. Lyon* et *Bull. Serv. Carte géol. Algérie*, 1920.

[4] Dans la région de Mansourah, il n'y a dans l'unité A, aucune preuve d'une phase d'âge Lutétien moyen. Le Lutétien supérieur est concordant ou séparé par un contact anormal des termes antérieurs de la série. Quant au Medjanien (unité C), il a glissé de la zone I.

Dans la zone des Biban, où la direction de plissement est intermédiaire entre les directions saharienne et littorale, les premières déformations paraissent dater du Miocène inférieur. Cette zone des Biban ne se présente d'ailleurs pas, ainsi qu'on l'admettait jusqu'à présent, comme un anticlinorium. On peut en effet distinguer, sur la feuille Beni-Mansour :

1° l'unité des Portes de Fer, comprenant la région des Portes et s'étendant à l'Ouest et au Nord-Ouest;

2° l'unité de Si Mohammed Amokrane, qui comprend les reliefs cénomaniens formant une bande Nord-Ouest-Sud-Est sous l'inscription « Beni Mansour » de la dernière édition de la carte au 500 000e, Alger-Nord. Elle est en recouvrement anormal sur la précédente et peut contracter d'étroits rapports avec la nappe du flysch. Cette unité a glissé en partie après la mise en place de l'unité C, qui s'est décollée du flanc Sud de la zone I lors du paroxysme post-cartennien. Le pseudo-anticlinorium des Biban a glissé vers le Sud, au moins dans sa partie centrale, au cours de cette phase post-cartennienne.

On peut proposer la reconstitution chronologique suivante :

Avant le glissement de l'unité A se succédaient, entre l'autochtone présaharien et la zone du flysch (sous-zone I *d* de L. Glangeaud (5) :

1° une zone méridionale caractérisée par le Sénonien néritique type Forêt de Mansourah, recouvert localement d'Éocène et de Cartennien. De cette zone viennent les deux lames inférieures de l'unité A (6);

2° une zone septentrionale caractérisée par le Sénonien à faciès Nord (2) et recouverte d'Éocène dans sa partie méridionale. Le pseudoanticlinorium des Biban a pris naissance au sein de cette deuxième zone. Au Miocène moyen, il a recouvert, et peut-être refoulé la première zone où se décollait le Sénonien néritique. La partie méridionale de la deuxième zone a donné les deux lames supérieures de l'unité A. Ensuite, l'autochtone de la zone sub-bibanique a subi des déformations de direction saharienne, en partie indépendantes des plis anté-miocènes de même direction. Puis l'unité des Portes de Fer a été poussée vers le Sud. Enfin, le Sénonien de la partie septentrionale de la deuxième zone a glissé en donnant l'unité B, qui est associée à l'unité C. Ces deux unités ont dû progresser ensemble, au moins pendant une certaine période. Toutes deux reposent en partie sur le Sénonien redressé et érodé des Biban. La bordure Nord de l'unité B, soulignée par une lame de Trias, peut être suivie sur de longues distances entre les Portes de Fer et Aumale (7). Le Trias salifère étant absent dans le Djurdjura et très probablement dans la bordure présaharienne, on peut situer le réservoir de ce Trias gypso-salin près de la limite des zones I et II de L. Glangeaud.

---

(5) *Thèse Sc. Paris* et *Bull. Serv. Carte géol. Algérie*, 1932.

(6) A. Caire, *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 1260.

(7) La klippe supportant Aumale semble indépendante de l'unité B.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Étude de l'action de l'hydrazide maléique sur le développement et la teneur en auxines des racines du* Lens culinaris *Med.* Note (*) de M. **Paul-Émile Pilet**, transmise par M. Henri Devaux.

Des racines traitées par de l'hydrazide maléique (HM) sont inhibées, qu'elles soient pauvres (jeunes) ou riches (âgées) en auxines. La teneur en hormones de croissance ne paraît pas modifiée par une application de cette substance. Si l'HM agit en présence d'acide *b*-indolyl-acétique l'inhibition est moins grande pour de jeunes racines que pour de plus âgées.

Depuis les recherches de Schoene ([1]) consacrées à l'action inhibitrice de l'HM sur la croissance des racines de pois, les travaux se sont multipliés. Naylor ([2]) prouve le rôle de l'HM sur le métabolisme, Netien ([3]) sur les phases germinatives et post-germinatives de quelques graines, Greulach ([4]) sur la teneur en eau des tissus. Bertosi ([5]) observe que l'HM est incapable de provoquer la prolifération des tissus. Gautheret ([6]) étudie le rôle de l'HM sur les tissus en culture de carotte et d'endive et ([7]) l'action combinée de cet inhibiteur avec l'hétéroauxine sur les cultures de tissus du topinambour. Schopfer ([8]) étudie l'action de l'HM sur le développement des racines de pois et sur la biosynthèse des caroténoïdes et des chlorophylles. Nickell ([9]) précise le rôle de l'HM sur les tissus normaux et tumoraux du *Rumex* et Struckmeyer ([10]) sur l'anatomie du *Lilium*. Kulescha ([11]) constate, pour des tissus de Crown-gall de Scorsonère, que l'inhibition entraînée par l'HM n'est pas accompagnée d'un changement dans la teneur en auxines des tissus.

Nos recherches ont porté sur les racines du *Lens* appartenant à des plantules complètes (développées sur de la sciure humide et stérile, à l'obscurité, à une température de 22°±1 et à une humidité de 75 % ± 5). Nous avons montré ailleurs ([12]) que la croissance des racines se fait en trois étapes, caractérisée chacune par un « état auxinique » propre :

(*) Séance du 23 novembre 1953.

([1]) D. L. Schoene et O. L. Hoffmann, *Science*, **109**, 1949, p. 588.

([2]) A. W. Naylor et E. A. Davis, *Bot. Gaz.*, **112**, 1950, p. 112.

([3]) G. Netien et M. Briffaz, *Bull. Soc. lin.*, Lyon, **20**, 1951, p. 179.

([4]) *Plant Physiol.*, **26**, 1951, p. 848.

([5]) F. Bertosi et A. Capozzi, *Nuov. Giorn. bot. ital.*, **58**, 1951, p. 184.

([6]) *C. R. Soc. Biol.*, **146**, 1952, p. 859.

([7]) *Comptes rendus*, **234**, 1952, p. 2218.

([8]) W. H. Schopfer, E. Grob et G. Besson, *Arch. Sciences*, **5**, 1952, p. 3.

([9]) *Amer. J. Bot.*, **40**, 1953, p. 1.

([10]) *Amer. J. Bot.*, **40**, 1953, p. 25.

([11]) *Comptes rendus*, **236**, 1953, p. 958.

([12]) P.-E. Pilet, *Mém. Soc. vaud. Sc. Nat.*, **10**, 1951, p. 137; *Bull. Soc. bot. suisse*, **61**, 1951, p. 410; *Phyton (Austria)*, **4**, 1953, p. 247; *Bull. Soc. vaud. Sc. nat.*, **64**, 1953, p. 409.

1° jeune racine (peu d'auxines : la croissance est faible);

2° racine moins jeune (la concentration auxinique augmente : la croissance s'accélère);

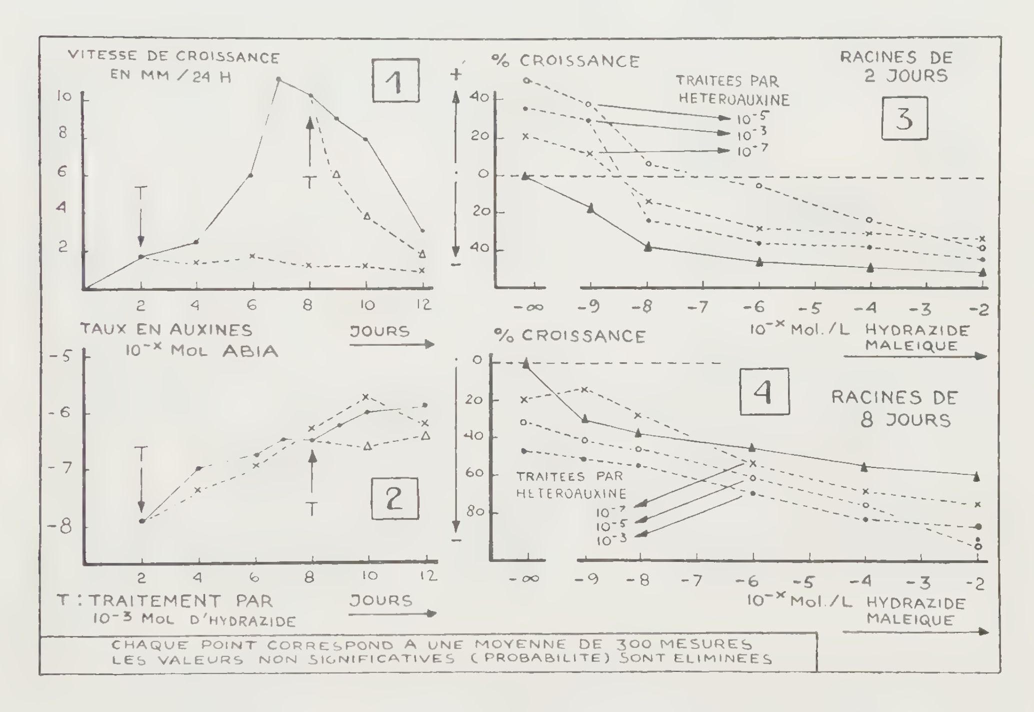
3° racine âgée (dose susoptimale d'auxines : la croissance diminue).

Il nous a paru intéressant, en utilisant les données précédentes :

a. de vérifier l'action de l'HM sur la croissance de racines appartenant à des plantules complètes;

b. d'observer comment varie la concentration en auxines à la suite d'un traitement à l'HM;

c. de voir enfin dans quelle mesure il y a antagonisme entre l'HM et l'hétéro-auxine appliquée en même temps sur des racines.



a. On peut observer (*fig.* 1) qu'un traitement par l'HM (200 cm³ à 10^{-3} mol pour 1500 cm³ de sciure humide et stérile de 2,5 cm d'épaisseur) a pour effet de ralentir la vitesse de croissance; mais contrairement aux observations de Greulach [4], le traitement, après 8 jours de culture, a plus d'effet que l'application au deuxième jour de développement. Nous croyons pouvoir interpréter cette observation par la différence de concentration des auxines présentes dans la racine [12].

b. Si l'on dose, en utilisant des méthodes que nous avons décrites ailleurs [13] les auxines de la racine, nous pouvons observer (*fig.* 2) que le taux de ces

[13] P.-E. Pilet, *Bull. Soc. bot. suisse*, **60**, 1950, p. 5; *Mém. Soc. vaud. Sc. Nat.*, **10**, 1951, p. 137; *Experimentia* VIII, 7, 1951, p. 262.

hormones ne change pas à la suite d'un traitement à l'HM, confirmant ainsi, sur des organes complets, les observations de Kulescha [11] sur des cultures de tissus. Donc l'HM, inhibiteur de croissance certain, doit être considéré avant tout, ainsi que le relevait Schopfer [14], comme un antagoniste physiologique des auxines, agissant plus sur le métabolisme que sur les hormones mêmes de la plante.

c. Ajoutons maintenant avec l'HM de l'hétéroauxine dans les mêmes conditions (100 cm^3 d'HM à diverses concentrations et 100 cm^3 d'acide *b*-indolylacétique à 10^{-7}, 10^{-5} ou 10^{-3} mol pour 1500 cm^3 de sciure humide et stérile de 2,5 cm d'épaisseur). Pour des racines de 2 jours (*fig.* 3) l'inhibition, due à l'HM, est moins forte si ce corps est accompagné d'hétéroauxine : fait qu'on peut interpréter en rappelant que de jeunes racines sont pauvres en auxines et qu'un traitement auxinique va accélérer leur développement. C'est le contraire pour des racines âgées (*fig.* 4) qui, ayant déjà une dose auxinique susoptimale, sont naturellement inhibées par un traitement hormonal.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Caprifoliacées. Développement de l'embryon chez le* Leycesteria formosa *Wall.* Note (*) de M. **Pierre Crété**, présentée par M. René Souèges.

Comme le *Symphoricarpos occidentalis* Hook., le *L. formosa* appartient à un type embryonomique très irrégulier, mais il se rattache, par la grande majorité de ses formes, à celui du *Polemonium cæruleum*. Son étude a permis de préciser l'origine des initiales de l'écorce de la racine et d'établir l'existence de formes se rattachant au 8e groupe embryogénique de la classification périodique.

Possédant des fleurs sub-régulières pentamères, un gynécée isomère à carpelles également fertiles, le *L. formosa* peut être considéré comme l'un des représentants les plus complets des Caprifoliacées. Il appartient cependant, comme le *Symphoricarpos occidentalis* Hook. et le *Lonicera biflora* Desf. [1], à un type embryonomique tout à fait irrégulier. Les formes dont le nombre prédomine de beaucoup se rattachent, dans la première période de la classification périodique, à la variante C_2 de la série C et à la variante $\mathbf{b}_1$ de la sous-série **b**. Elles correspondent au *Polemonium cæruleum* qui a été donné comme simple type représentatif du mégarchétype V dans le 5e groupe embryogénique [2]. Ce sont ces formes qui vont tout d'abord être décrites.

---

(14) *Act. Soc. helvet. Sc. nat.*, **132**, 1952, p. 61.

(*) Séance du 23 novembre 1953.

(1) R. Souèges, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 480; **227**, 1948, p. 1066.

(2) R. Souèges, *Embryogénie et Classification*, 3e fasc., partie spéciale, 1re période du système, Paris, 1948; *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1338; *Bull. Soc. bot. Fr.*, **86**, 1939, p. 289.

La tétrade filamenteuse (*fig.* 3 et 4) donne naissance à des formes octocellulaires où les étages cc_1, *cd* et *m* ont subi des cloisonnements verticaux ou obliques, tandis que la cellule *ci* s'est divisée en deux nouveaux étages *n* et *n'* (*fig.* 11). La cellule supérieure de la tétrade prend d'abord une cloison oblique (*fig.* 7 et 11), puis, à la quatrième génération, l'étage comprend quatre éléments disposés en tétraèdre (*fig.* 15). L'un deux, situé au sommet, est une cellule épiphysaire; les trois autres sont à l'origine de la partie cotylée *sensu stricto*,



Fig. 1 à 37 : *Leycesteria formosa* Wall. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc*, cellule supérieure de la tétrade ou partie cotylée *sensu lato*; *cd*, cellule subterminale de la tétrade ou partie hypocotylée; *m*, cellule-fille supérieure de *cb* ou primordium de la coiffe; *ci*, cellule-fille inférieure de *cb*, ou suspenseur; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci*; *a* et *b*, cellules-filles de *cc* ou groupes cellulaires qui en dérivent; *e*, épiphyse; *pco*, partie cotylée *sensu stricto*; *pe*, périblème; *pl*, plérome. Gr. : 310.

c'est-à-dire les deux cotylédons. La cellule subterminale *cd* de la tétrade subit des segmentations irrégulières. Le premier cloisonnement est généralement vertical (*fig.* 10 et 11), mais les parois qui se différencient par la suite sont diversement orientées, si bien que le dermatogène est rarement isolé d'emblée (*fig.* 19, 20 et 22). Les initiales de l'écorce au sommet radiculaire s'identifient à partir des premiers éléments isolés sous le dermatogène (*fig.* 27), ou plus tard, à partir des cellules voisines de l'axe (*fig.* 31, à gauche). Ainsi, l'étage *cd* produit la partie hypocotylée, les initiales du cylindre central et de l'écorce au sommet radiculaire. Dans les cas les plus réguliers, la cellule intermédiaire *m* de la tétrade donne naissance à deux, puis quatre cellules circumaxiales (*fig.* 18 à 20,

22 et 30) qui, par segmentations horizontales ou tangentielles (*fig.* 31), engendrent vers le bas les cellules externes de la coiffe et, vers le haut, les premiers éléments de l'assise calyptrogène. Mais la cellule *m* peut aussi se diviser tout d'abord transversalement ou obliquement et c'est l'étage supérieur ainsi formé qui donne naissance, dans ces conditions, aux initiales de la coiffe (*fig.* 21 et 25). Les cellules *n* et *n'*, filles de la cellule inférieure *ci* de la tétrade, entrent dans la constitution d'un suspenseur plus ou moins développé.

Les variations sont très nombreuses et affectent aussi bien le proembryon à huit cellules que la tétrade. Dans la tétrade, la paroi qui sépare les étages *cc* et *cd* peut être très oblique. Parfois, la cellule apicale *ca* du proembryon bicellulaire se cloisonne à l'aide d'une paroi, non plus horizontale, mais verticale ou plus ou moins inclinée; les tétrades appartiennent, dans ces conditions, aux variantes A_2 de la série A (*fig.* 6) ou B_2 de la série B (*fig.* 5). En raison de la rareté de ces dernières formes, il est impossible de déterminer la destinée de leurs éléments aux stades ultérieurs du développement embryonnaire. Dans le proembryon octocellulaire, l'étage *cc* peut se cloisonner verticalement (*fig.* 10) ou, au contraire, transversalement (*fig.* 12); de tels sporophytes appartiennent, non plus à la sous-série **b**, mais aux sous-séries **a** ou **c** de la série C. De même, au niveau de l'étage *cd*, le cloisonnement est parfois transversal et l'on voit apparaître des formes filamenteuses se rapportant à la variante $\mathbf{c}_2$ de la sous-série **c** de la série C (*fig.* 12). Ces formes doivent être classées dans le 8e groupe embryogénique où elles dépendent du mégarchétype V; elles apparentent le *L. formosa* au *Solanum sisymbrifolium* et à l'*Echium vulgare*.

L'étude du *L. formosa* s'est révélée très instructive en confirmant tout d'abord les observations de R. Souèges sur le *Symphoricarpos occidentalis*. Les différences résident seulement dans la disposition et le comportement des éléments produits par la cellule supérieure, *cc*, de la tétrade, dans l'appartenance de certaines formes irrégulières au 8e groupe embryogénique. Elle a également permis de déterminer, avec une précision très satisfaisante, l'origine exacte des cellules initiales de l'écorce au sommet radiculaire et, à ce point de vue, certaines figures sont tout à fait comparables à celles que l'on observe chez les *Nicotiana*. Pour conclure, la famille des Caprifoliacées présente les plus grandes analogies avec les Solanacées et même les formes irrégulières se superposent de façon parfaite à celles que R. Souèges a dessinées dans son article sur le *Datura Stramonium* [3]. Cette parenté se retrouve également pour les proembryons qui appartiennent au 8e groupe embryogénique, où ils vont rejoindre le *Solanum sysimbrifolium* [4]. Cependant, c'est encore plus spécialement avec le 5e groupe et avec le mégarchétype V, que la majeure partie des formes observées présente les plus grandes affinités. Ces faits sont de nature à confirmer l'existence, déjà supposée par R. Souèges, des relations les plus étroites entre les Polémoniacées et certaines Caprifoliacées.

---

(3) R. Souèges, *Bull. Soc. bot. Fr.*, **69**, 1922, p. 352.
(4) R. Souèges, *Bull. Soc. bot. Fr.*, **69**, 1922, p. 576.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Essai de classification des alcaloïdes des* Rauwolfia (*Apocynacées*). Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La constitution chimique de l'ajmalinine et de la rauwolfine de Koepfli, dont nous avons découvert jadis l'activité sympathicolytique, est demeurée jusqu'ici totalement inconnue. Il en est de même de celle de l'isoajmaline, de la néo-ajmaline, de la réserpine, de la rauwolfinine et de la raupine.

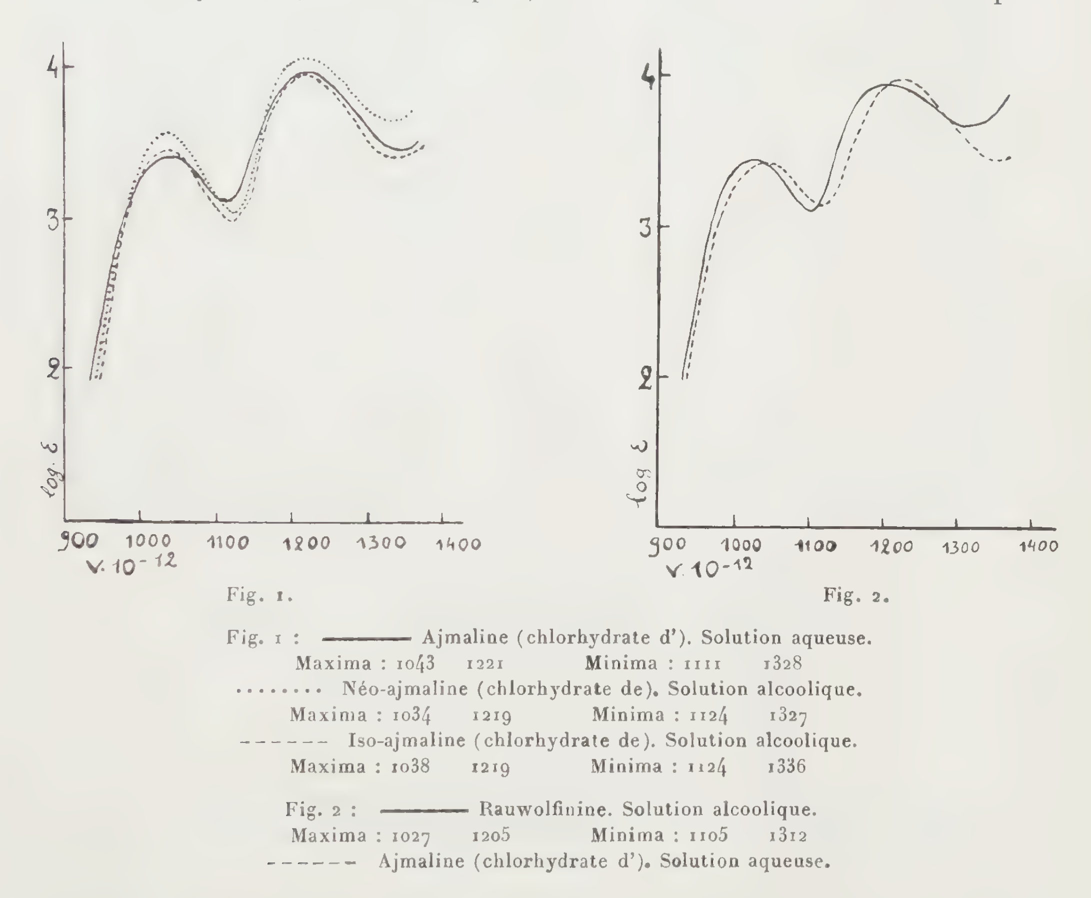


Fig. 1. Fig. 2.

Fig. 1 : ——— Ajmaline (chlorhydrate d'). Solution aqueuse.
Maxima : 1043 1221 Minima : 1111 1328
······· Néo-ajmaline (chlorhydrate de). Solution alcoolique.
Maxima : 1034 1219 Minima : 1124 1327
- - - - - - Iso-ajmaline (chlorhydrate de). Solution alcoolique.
Maxima : 1038 1219 Minima : 1124 1336

Fig. 2 : ——— Rauwolfinine. Solution alcoolique.
Maxima : 1027 1205 Minima : 1105 1312
- - - - - - Ajmaline (chlorhydrate d'). Solution aqueuse.

Il n'en va différemment que pour celle de cinq alcaloïdes des *Rauwolfia* : la rauwolscine que Mookherjee qui l'a découverte, a, reconnu comme être un stéréoisomère de la yohimbine, l'ajmaline dont nous avons prouvé la nature carbazolinique, la serpentine et la serpentinine dont nous avons mis en évidence la parenté chimique avec les dérivés tétradéhydrogénés de la yohimbine, enfin la serpagine que Stoll et Hofmann, qui l'ont isolée les premiers, ont rapprochée de la 6-méthyl-8-oxy-isoergoline et la yohimbine.

L'étude d'échantillons authentiques des alcaloïdes des *Rauwolfia* nous a amené aux conclusions suivantes :

1° L'isoajmaline et la néo-ajmaline qui ont la même formule centésimale que l'ajmaline sont comme celle-ci de nature carbazolinique.

2° En dépit d'un léger déplacement de son spectre d'absorption ultraviolet vers les grandes longueurs d'ondes, la rauwolfinine paraît être elle aussi un dérivé carbazolinique.

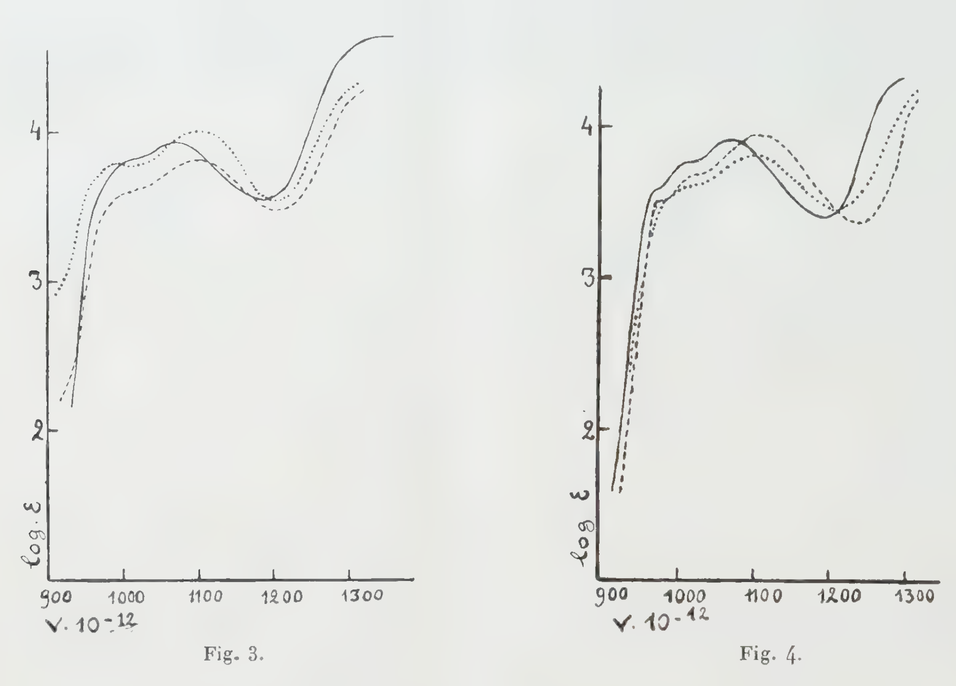


Fig. 3. Fig. 4.

Fig. 3 – – – – – – Ajmalinine. Solution acétique diluée dans l'alcool.
Maxima : 1000 1099 Minima : 1035 1209
········ Rauwolfine de Koepfli. Solution alcoolique.
Maxima : 1000 1103 Minima : 1013 1205
——— Raupine. Solution alcoolique.
Maxima : 1003 1075 Minima : 1020 1192

Fig. 4 : ——— Serpagine. Solution alcoolique.
Maxima : 968 1007 1075 Minima : 974 1020 1192
– – – – – – 5-méthoxy-indol. Solution alcoolique.
Maxima : 977 1017 1109 Minima : 987 1027 1240
········ Ajmalinine. Solution acétique diluée dans l'alcool.

3° Bien que, comme la rauwolscine, l'ajmalinine, la rauwolfine de Koepfli et la raupine possèdent une activité sympathicolytique, elles n'appartiennent pas comme celle-là au type de la yohimbine. La grande similitude de leurs spectres d'absorption ultraviolet avec celui de la bufoténine incite à croire que comme cette dernière elles procèdent toutes trois d'un groupement 5-oxy-indol.

4° La serpagine n'appartient pas au type chimique de la yohimbine. La similitude de son spectre d'absorption ultraviolet avec celui du 5-méthoxy-indol inclinerait à penser qu'elle dérive d'un tel groupement.

5° L'analogie entre le spectre d'absorption ultraviolet de la réserpine et celui de l'ajmalinine laisserait supposer que ces deux alcaloïdes procèdent d'un même groupement chimique, si le haut poids moléculaire du premier n'invitait à beaucoup de prudence.

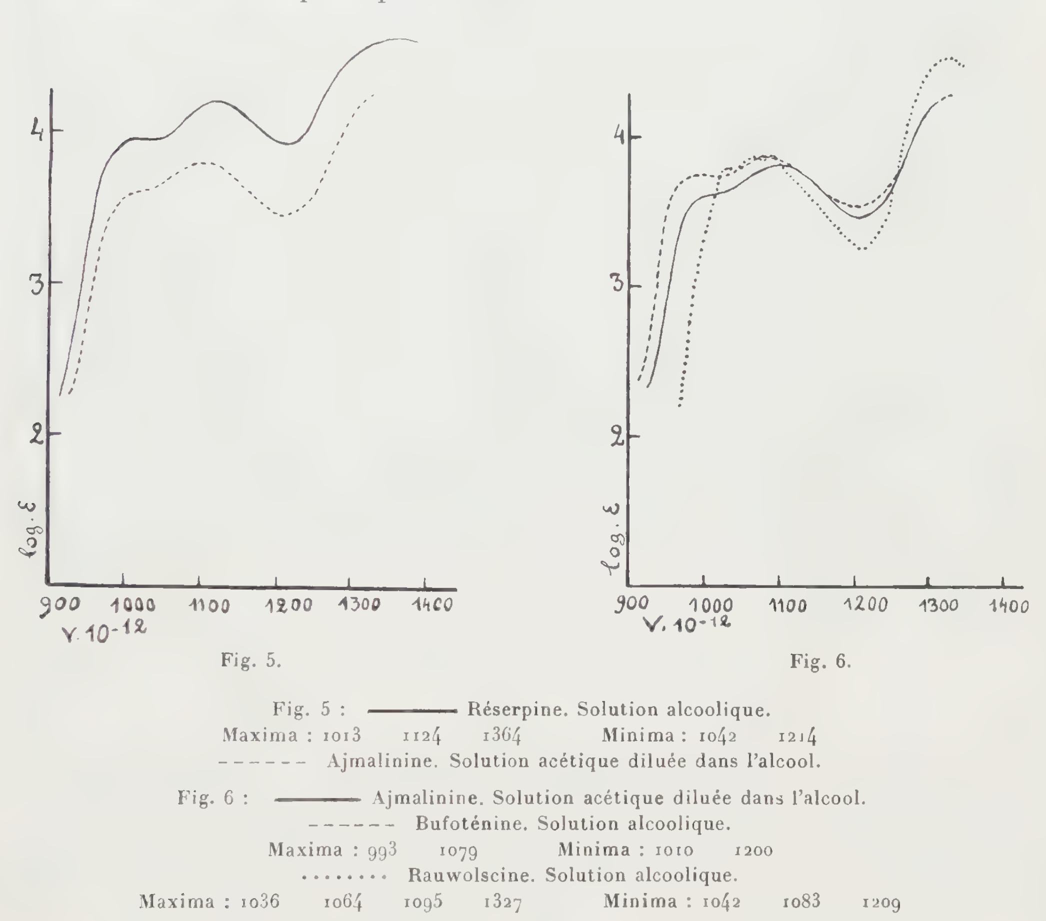


Fig. 5. Fig. 6.

Fig. 5 : ——— Réserpine. Solution alcoolique.
Maxima : 1013 1124 1364 Minima : 1042 1214
- - - - - - Ajmalinine. Solution acétique diluée dans l'alcool.

Fig. 6 : ——— Ajmalinine. Solution acétique diluée dans l'alcool.
- - - - - - Bufoténine. Solution alcoolique.
Maxima : 993 1079 Minima : 1010 1200
· · · · · · · · Rauwolscine. Solution alcoolique.
Maxima : 1036 1064 1095 1327 Minima : 1042 1083 1209

6° L'activité sympathicolytique de l'ajmalinine, de la rauwolfine de Koepfli et de la raupine est considérablement plus faible que celle de la rauwolscine.

PÉDOLOGIE. — *Altération expérimentale d'un schiste, comparaison avec un granite*. Note de MM. **Stéphane Hénin**, **Olivier Robichet** et Mlle **Marie-Josèphe du Rouchet**, présentée par M. Albert Demolon.

Nous nous sommes proposé d'établir expérimentalement la vitesse des processus d'altération et de rechercher dans quelle mesure elle pouvait être modifiée par divers facteurs susceptibles d'intervenir dans les conditions naturelles.

La technique utilisée, analogue à celle de P. Birot [1], consiste à humecter le matériel pétrographique, placé dans une capsule de porcelaine, par de l'eau ou des solutions salines et à provoquer sa dessiccation en le plaçant à l'étuve à 80°; un cycle complet peut être réalisé en un jour. L'expérience a porté principalement sur des schistes autuniens prélevés dans la région de Bourbon-Lancy. Leurs diagrammes de rayons X montrent qu'ils contiennent principalement de l'illite associée à du quartz et probablement à une petite quantité de kaolinite. A titre de comparaison des morceaux de granite ont été également mis en œuvre.

L'expérience a comporté les traitements suivants : 1° fragments de schiste de 60 g environ chacun, comparaison d'un traitement par l'eau et par une solution de Cl_2Mg N (3 répétitions); 2° fragments de schiste de 5 g environ chacun. Même comparaison que précédemment (10 répétitions); 3° 4 lots de 50 g de schiste broyé et tamisé (de 2 à 0,2 m/m) traitement par l'eau et des solutions de Cl_2Mg N, SO_4H_2 N/1000, CO_3Na_2 N/1000 Dans ce dernier cas les solutions étaient ajoutées tous les 10 traitements puis l'eau distillée était utilisée pendant les 9 suivants; un lavage par décantation permettait ensuite d'entraîner les produits solubles formés et le cycle recommençait. Les résultats sont indiqués dans le tableau suivant; ils correspondent à 190 cycles.

	Masse totale initiale (g).	Poids des fractions recueillies.					
		10 à 2 mm.	2 à 0,2 mm.	0,2 à 0,1 mm.	0,1 à 0,02 mm.	20 à 2 μ.	< 2 μ.
			Traitements à l'eau.				
Gros blocs	175	3,750	0,479	0,019	0,038	trace	–
Petits blocs	57	0,006	0,013	0,009	–	–	–
Schistes calibrés	50	–	–	0,546	0,173	0,152	0,014
			Traitements avec solutions.				
Gros blocs (Cl_2Mg N)	187	2,773	4,400	1,326	3,904	1,964	0,108
Petits blocs (Cl_2Mg N)	53	0,270	0,580	0,500	0,566	0,639	0,030
Schistes calibrés :							
par Cl_2Mg	50	–	–	0,518	0,230	0,245	0,023
par SO_4H_2	–	–	–	0,477	0,120	0,240	0,009
par CO_3Na_2	–	–	–	0,476	0,077	0,146	0,009

On constate que le traitement à l'eau a provoqué une fissuration de la roche plus marquée sur les gros blocs que sur les petits (comparez lignes 1 et 2) mais il n'y a pas formation d'éléments fins. Au contraire, en présence de Cl_2Mg il se forme une quantité importante de limon et d'argile. Tous les traitements sur schistes calibrés conduisent à la formation d'élé-

[1] *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 745.

ments fins à peu près en même proportion; seul Cl_2Mg se distingue par un effet un peu plus intense.

Le diagramme de thermo-balance des fractions « limon » ne montre pas de modifications sensibles à la suite des traitements par l'eau et CO_3Na_2. Par contre il apparaît 1,5 % d'eau hygroscopique pour les produits traités par SO_4H_2 et Cl_2Mg. Ce dernier traitement appliqué aux gros fragments de schistes aboutit à une transformation beaucoup plus considérable caractérisée par une perte d'eau de 9 % s'étalant entre 200 et 400°. Les diagrammes de rayons X ne mettent pas en évidence de produits nouveaux mais montrent un élargissement de la raie centrale, particulièrement nette pour la fraction argile à la suite du traitement par Cl_2Mg. Un léger dédoublement de cette même raie semble s'être produit sous l'influence du traitement par SO_4H_2. Ajoutons enfin, que des blocs de schiste de même provenance abandonnés pendant 10 mois à l'action du climat sur une aire cimentée se sont divisés en 8 à 10 éléments grossiers.

Par contre, les fragments de granite traités à l'étuve par H_2O se sont recouverts d'un enduit ferrugineux et de sels minéraux comme dans les essais de P. Birot. Traités par Cl_2Mg on observe seulement la formation de sables apparemment inaltérés.

Ces essais montrent que les roches étudiées peuvent s'altérer assez rapidement et que la nature de leur altération est commandée par celle des solutions à leur contact.

PSYCHOPHYSIOLOGIE. — *Contribution à l'étude des fonctions corticales chez l'Homme par la méthode des réflexes conditionnés électro-corticaux.* II. *De la modification par l'alcool des couleurs des images consécutives et des images consécutives conditionnées.* Note (*) de M. **Nicolas A. Popov** et Mme **Catherine Popov**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

Nous avons déjà mentionné dans une précédente Note [1] l'influence de l'alcool sur le rythme des images consécutives. De nombreuses expériences nous ont permis de constater que non seulement le rythme, mais encore les couleurs étaient modifiées par l'alcool. Ce dernier point fera l'objet de la présente Note.

Les expériences ont été exécutées de la manière suivante : le sujet se trouve dans une chambre obscure, placé en face d'une lampe de 80 W distante de 72 cm, et reçoit toutes les 2 à 5 mn un ou deux éclairs lumineux d'une durée d'un quart de seconde. On enregistre l'électroencéphalogramme en dérivation occipito-temporale. Après les éclairs lumineux, le sujet dessine

---

(*) Séance du 23 novembre 1953.

[1] *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 930.

en couleurs sur un papier noir, les images consécutives telles qu'il se souvient les avoir vues. Voici la suite des couleurs obtenues constamment dans chaque série après chaque éclairage : les trois ou quatre premières images sont rouges, jaunes, orange ou un mélange de ces couleurs, les suivantes varient entre le rouge et le bleu, les dernières sont bleues et vertes.

Après ingestion d'alcool (75 cm³ à 40 %) les couleurs perdent d'abord de leur intensité, puis disparaissent et les images deviennent absolument blanches. Quand l'effet de l'alcool se dissipe, les séries sont à nouveau plus ou moins colorées et au bout de quelques temps réapparaît la série habituelle.

Au cours des expériences, on associait à la lumière une stimulation sonore qui précédait immédiatement la stimulation lumineuse. Une seconde après le début de ce son, on envoie les éclairs lumineux. Comme nous l'avions signalé dans les Notes précédentes [2], quand le conditionnement est établi le son isolé provoque des phénomènes identiques à ceux obtenus lors de la stimulation son-lumière. Mais l'agent conditionnel (son) provoque au début une réaction plus faible que la lumière; au cours des répétitions cette réaction devient de plus en plus forte. Les premières images conditionnées apparues sont des nuages blancs, gris et jaune pâles, et des nuages contenant un noyau coloré. Par la suite, apparaissent les figures qui remplacent les nuages. Quand le conditionnement est établi, les couleurs de la série d'images consécutives conditionnées dans son ensemble, deviennent semblables à celles des séries d'images consécutives obtenues lors des combinaisons son-lumière.

Si nous divisons chronologiquement en trois groupes les 93 expériences (sujet MR) portant sur de nombreux mois, où le son seul provoquait l'apparition d'une série d'images consécutives, on constate :

a. que les nuages qui étaient nettement représentés dans le premier groupe, diminuent progressivement :

I.	II.	III.
31	15	2

b. que les figures colorées apparaissent pour la plupart dans le troisième groupe :

I.	II.	III.
0	16	26

Donc les images consécutives conditionnées apparaissent graduellement plus tard au cours de la formation du conditionnement.

---

(2) *Comptes rendus*, **236**, 1933, p. 744.

Le tableau ci-dessous présente un exemple des couleurs enregistrées au cours d'une séance avec ingestion d'alcool (séance n° 326 du 17 juillet 1953).

Temps d'apparition (en secondes) des images consécutives à la stimulation son-lumière, et colorations successives de ces images
(B, blanc; b, bleu; o, orange; j, jaune; g, gris; r, rouge encadré de bleu).

Avant alcool....	o. 7	o. 13		o. 19			j. 24	j. 29		r. 37		b. 47						
3 mn après								B. 29				B. 46					B. 72	
9 mn après......						B. 23							g. 49			g. 65		g. 102
29 mn après.....			o. 15		o. 21			o. 29	o. 35		j. 39	r. 47		b. 52	b. 61			

Ce qui se passe sous l'influence de l'alcool peut être comparé, en sens inverse, avec ce qui se passe, à plus longue échéance, lors de la restitution des lésions corticales [Economo, Poetzl et Fuchs (3), Poppelreuter (4), Gelb et Goldstein (5)]. D'abord tout est vu en gris, puis le sujet perçoit les couleurs rouges et bleues. Sous l'influence de l'alcool, la décoloration des images aboutit à la vision blanc-noir. D'après Gelb, Goldstein (4) la vision blanc-noir serait complètement indépendante de la vision colorée. Cela permet de comprendre l'apparition des visions blanches chez les alcooliques (cauchemars et zoopsies).

Chez un de nos sujets (BG) qui eut une grave contusion à la tête pendant la guerre, les images consécutives provoquées par les éclairs lumineux et les images consécutives conditionnées étaient uniquement et toujours blanches.

Comment agit l'alcool sur les images consécutives conditionnées provoquées par le son isolé (agent conditionnel)? Nous constatons que cet agent provoque après alcool des images blanches comme on l'a constaté après la stimulation son-lumière. Voici la série des images consécutives conditionnées provoquées par le son isolé, obtenue également au cours de la séance n° 326 du 7 juin 1953, 6 mn après alcool :

Couleurs........................	B.	B.
Temps d'apparition...........	19	45

Étant donné que dans ces cas les images consécutives ont été provoquées sans lumière — par le son seul — on est en droit d'affirmer que l'action de l'alcool sur les images consécutives peut se réaliser sans participation nécessaire des processus rétiniens.

(3) *Z. f. d. ges. Neurol. et Psychiatrie*, 48, 1918, p. 273.
(4) *Z. f. d. Neurol. et Psychiatrie*, 88, 1923, p. 139 et suiv.
(5) *Z. f. Psychol. et Physiol. d. Zinneorgane*, **83**, 1919.

PSYCHOPHYSIOLOGIE. — *Sur la possibilité d'un apprentissage latent chez* Blattella germanica. Note (*) de M. **Henri Verron**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

Au cours d'expériences sur l'apprentissage d'un labyrinthe simple par *Blatella germanica* (technique de Goustard) [1], j'ai eu l'occasion d'abandonner le sujet sur le labyrinthe un peu avant le début de l'expérience. Je rappelle que celle-ci consiste en dix parcours successifs, avec repos dans un abri obscur et familier pendant 3 mn, entre chaque parcours; la Blatte reste ensuite au repos pendant 30 mn. Au bout de ce temps, dix nouveaux parcours sont effectués, et, s'il y a réminiscence, on doit observer une baisse importante des erreurs dans la deuxième série par rapport à la première.

Or, si l'on commence le dressage après une exploration préalable et libre du labyrinthe par le sujet, on s'aperçoit qu'il commet un nombre d'erreurs beaucoup moindre que les témoins; ceux-ci en effet, soumis au dressage dès la sortie de l'abri pénètrent 199 fois dans les culs-de-sac au cours de la première série (sur 8 Blattes au total) et 132 fois dans la seconde série; les sujets qui ont pu explorer le labyrinthe ne font que 132 erreurs dès la première série; mais dans la deuxième série, le nombre d'erreurs baisse assez peu. Les sujets ont alors atteint leur plafond; plusieurs auteurs ont déjà remarqué que le nombre des erreurs commises par les Blattes ne pouvait baisser indéfiniment, dans les conditions habituelles de l'expérience. Le fait de laisser au début les animaux 5, 10 ou 20 mn sur le labyrinthe ne change rien au résultat final.

Il s'agit sans doute d'une simple adaptation aux conditions générales de l'environnement familiarisation ou peut-être : suppression d'une perturbation due à l'intervention de l'expérimentateur (dès la sortie de son abri, la Blatte est introduite brusquement dans un labyrinthe très éclairé). J'ai répété l'expérience en recouvrant le labyrinthe d'une plaque de verre sur laquelle la Blatte était déposée et laissée en repos. L'économie des erreurs, après le début de l'apprentissage, atteint les mêmes valeurs que si l'animal avait librement disposé du labyrinthe.

Mais si, avant d'y déposer la Blatte, on glisse sous la plaque de verre une feuille de papier blanc ou noir qui dérobe au sujet la vue du labyrinthe, alors le nombre des erreurs, dès le début de l'apprentissage, monte au même niveau que chez les témoins, dressés dès leur sortie de l'abri.

Ces résultats, hautement significatifs au point de vue statistique, nous

---

(*) Séance du 23 novembre 1953.

(1) *Revue Scientifique*, 86, 1948, p. 419-423.

obligent à admettre : 1° que la Blatte perçoit aisément le labyrinthe à travers la plaque de verre; 2° que ses perceptions sont utilisées dans l'apprentissage subséquent; 3° que par conséquent l'apprentissage peut se fonder uniquement sur des stimuli visuels préalables.

On sait que le Rat blanc, laissé libre de parcourir sans aucune sanction un labyrinthe, avant l'apprentissage, rattrape et dépasse très rapidement les témoins soumis d'emblée au dressage. C'est le phénomène de l'*apprentissage latent*, à propos duquel se sont élevées bien des polémiques. La réalité du phénomène semble maintenant bien établie; elle conduit à admettre chez le Rat la formation d'une « cognitive map » (Tolman) du phénomène, qui n'est ni consciente, ni surtout formulée. Il semblerait excessif d'étendre une pareille interprétation à ce que j'ai observé sur un Insecte aussi primitif que *Blattella*, aussi jusqu'à plus ample informé, je préfère y voir le jeu d'une adaptation aux facteurs externes et à l'ensemble de l'expérience.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *L'établissement de la thermo régulation chez le poussin du Manchot d'Adélie* (Pygoscelis adeliæ). Note de M. **Jean Sapin-Jaloustre**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

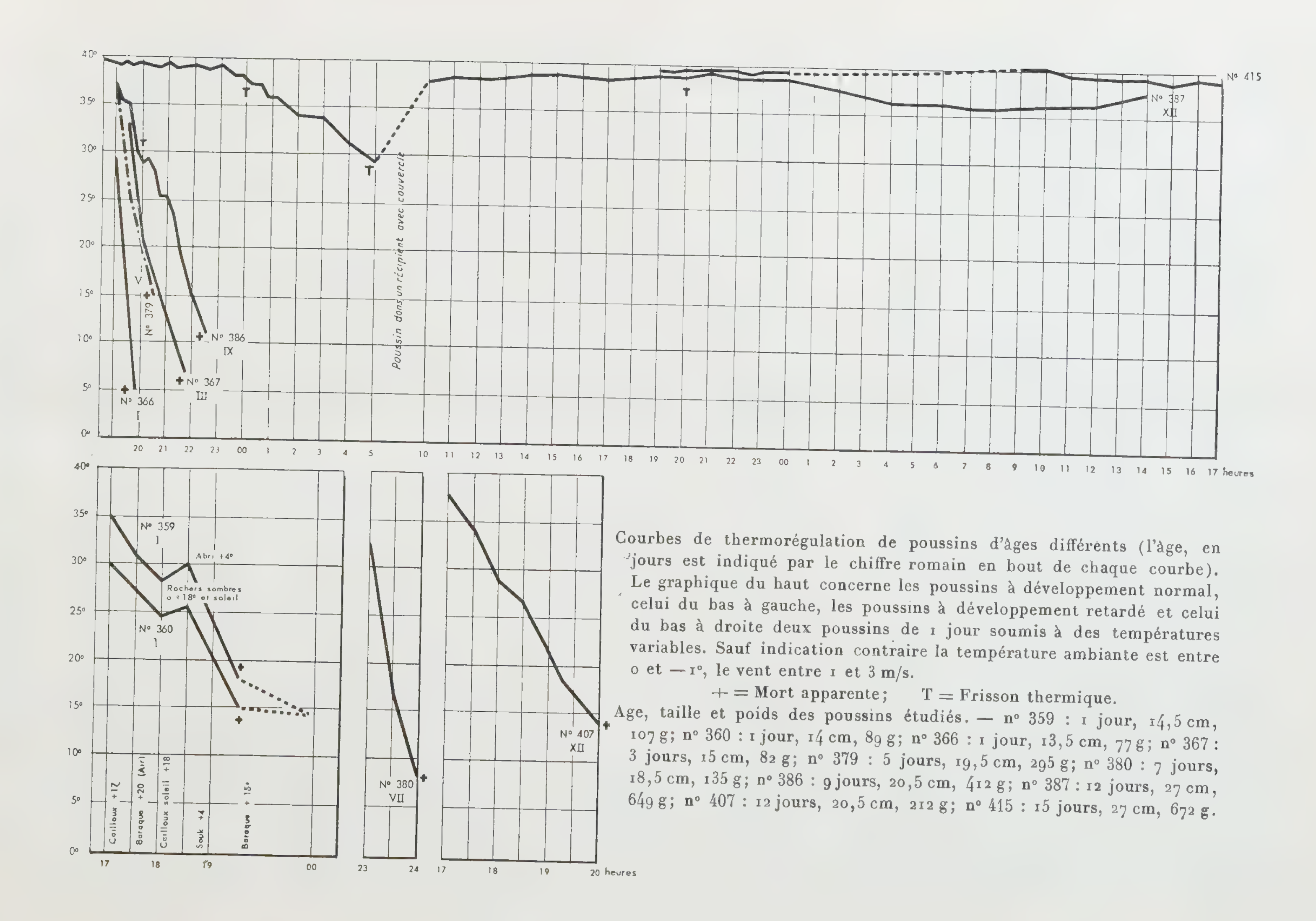
L'établissement précoce (15e jour) chez le poussin Adélie d'une thermo-régulation efficace dans les conditions climatiques de l'été antarctique précède une transformation de la vie sociale : la formation des crèches de poussins.

Au cours de l'Expédition antarctique en Terre Adélie 1948-1951 (Missions P.-E. Victor) nous nous sommes proposé de rechercher, d'une part, dans quelles conditions s'établit la thermorégulation du poussin de Manchot d'Adélie, d'autre part, une corrélation éventuelle entre l'établissement de cette thermorégulation et les modifications du comportement étudiées dans un Mémoire précédent [1]. Dans ce but, nous avons enregistré la température cloacale et observé les réactions de poussins d'âge connu, isolés du nid et exposés aux conditions extérieures. Les graphiques ci-après résument les résultats chez des poussins d'âge croissant.

Les poussins de 1, 3, 5 et 7 jours se comportent comme des corps physiques, compte tenu de leur taille et de leur poids. Au contraire, chez le poussin 386, de 9 jours, pesant 412 g, apparaissent les premiers phénomènes décelables de régulation thermique : frissons thermiques, paliers dans la courbe de température. Le poussin 407 de 12 jours, mais très hypotrophique (212 g), manifeste aussi une thermorégulation puisqu'il se refroidit moins vite que le poussin 379 plus lourd (295 g) mais n'ayant que 5 jours.

---

(1) J. Sapin-Jaloustre et F. Bourlière, *Alauda*, 19, 1951, p. 65-83.



Courbes de thermorégulation de poussins d'âges différents (l'âge, en jours est indiqué par le chiffre romain en bout de chaque courbe). Le graphique du haut concerne les poussins à développement normal, celui du bas à gauche, les poussins à développement retardé et celui du bas à droite deux poussins de 1 jour soumis à des températures variables. Sauf indication contraire la température ambiante est entre 0 et —1°, le vent entre 1 et 3 m/s.

+ = Mort apparente; T = Frisson thermique.

Age, taille et poids des poussins étudiés. — n° 359 : 1 jour, 14,5 cm, 107 g; n° 360 : 1 jour, 14 cm, 89 g; n° 366 : 1 jour, 13,5 cm, 77 g; n° 367 : 3 jours, 15 cm, 82 g; n° 379 : 5 jours, 19,5 cm, 295 g; n° 380 : 7 jours, 18,5 cm, 135 g; n° 386 : 9 jours, 20,5 cm, 412 g; n° 387 : 12 jours, 27 cm, 649 g; n° 407 : 12 jours, 20,5 cm, 212 g; n° 415 : 15 jours, 27 cm, 672 g.

Un autre poussin de 12 jours le n° 387 pesant 649 g maintient sa température pendant 4 h, puis frissonne et se refroidit par palier jusqu'à 30°. Mais, à l'abri du vent, il retrouve en 10 h sa température normale et à une deuxième exposition, la défense est efficace pendant 16 h. Le poussin 415 de 15 jours pesant 672 g règle parfaitement sa température pendant 22 h d'exposition continue. Une perte de poids de 152 g atteste l'importance de la régulation chimique.

En conclusion : des phénomènes thermorégulateurs sont décelables dès le neuvième jour; la thermorégulation est relativement efficace à 12 jours chez un poussin bien développé; elle existe mais est inefficace chez un poussin hypotrophique du même âge; elle est enfin complètement efficace chez un poussin normal de 15 jours; la température cloacale au moment de la mort par le froid est voisine de 15°.

L'établissement d'une thermorégulation efficace chez le Poussin précède de quelques jours l'abandon des nids, la séparation des poussins et des parents, l'affaiblissement du comportement territorial, la formation des crèches de poussins.

GÉNÉTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Influence de la température sur le développement d'une tumeur héréditaire chez la Drosophile* (Drosophila melanogaster *Meig.*). Note de M. **Sabbas Ghelelovitch**, présentée par M. Émile Roubaud.

Un séjour des larves à 30° C pendant 24 heures suffit pour inhiber la formation des tumeurs, chez une partie des individus. Cet effet est beaucoup plus prononcé si le chauffage est effectué au cours de la deuxième moitié de la vie larvaire. Les modificateurs génétiques jouent un rôle important dans la réaction des mouches à ce traitement.

Plusieurs auteurs ont déjà signalé l'influence de la température ambiante sur le développement des tumeurs héréditaires chez la Drosophile ([1]), ([2]).

Ces expériences ayant été faites avec des larves élevées sur un milieu à base de levure vivante, on pouvait penser, comme l'a fait remarquer Hartung, que l'action thermique, en influençant la vitesse de la multiplication des levures, intervenait en modifiant la quantité de nourriture mise à la disposition des larves. On sait, en effet, que la quantité et la qualité de la nourriture agissent sur le développement des tumeurs chez la Drosophile. Cet effet indirect possible de la température a été éliminé dans les expériences exposées ci-après, où je me suis servi d'un milieu à base de levure cuite.

En travaillant avec mes souches de drosophiles *cl tu* et *tu vg bw*, précédemment

([1]) Hartung, *J. Exp. Zool.*, 106, 1947, p. 223-232; *Science*, 107, 1948, p. 296-297.
([2]) Harnly, Friedman, Emery et Glassman, *Cancer Research*, 11, 1951, p. 254.

décrites ([3]), j'ai pu constater par des expériences préliminaires, effectuées à des températures s'échelonnant entre 17 et 30°C, que seule la température extrême de 29-30°C s'est montrée active, en supprimant les tumeurs chez une partie des individus. Les chiffres ci-dessous montrent également que l'importance du phénomène est très différente pour les deux souches.

Il est à noter que si ces souches portent le même gène *tu*, elles diffèrent par d'autres facteurs génétiques qui influencent la manifestation du caractère.

Culture	Nombre de mouches écloses: sans tumeur	Nombre de mouches écloses: avec tumeur	χ^2
cl tu à 24°C	53	111	91,24
» à 30°C	153	32	
tu vg bw à 24°C	–	290	6,67
» à 30°C	14	383	

Ce fait établi, il était intéressant de préciser la période de la vie larvaire au cours de laquelle le chauffage était actif.

Séjour à 30°C.	Nombre de lots.	♂♂ Nombre d'individus.	♂♂ Proportion des mouches sans tumeur, exprimée en angles.	♂♂ Différence avec le témoin.	♀♀ Nombre d'individus.	♀♀ Proportion des mouches sans tumeur, exprimée en angles.	♀♀ Différence avec le témoin
			Culture : *cl tu*.				
Témoin à 24°C	3	141	33,79 ± 2,37	–	111	35,61 ± 1,09	–
2e jour	2	47	39,43 ± 1,54	5,70 ± 2,82	50	37,28 ± 6,40	1,67 ± 6,49
3e »	2	57	55,47 ± 10,15	21,68 ± 10,42	53	69,41 ± 5,97	33,80 ± 6,07
4e »	1	19	71,06	37,27	10	71,56	35,95
1er + 2e jour	2	79	44,71 ± 0,37	10,92 ± 2,40	58	42,34 ± 9,42	6,73 ± 9,48
3e + 4e »	3	119	70,13 ± 2,93	36,34 ± 3,77	110	74,20 ± 5,53	38,59 ± 5,64
1+2+3+4e jour	2	29	68,34 ± 2,84	34,55 ± 3,70	49	79,46 ± 9,92	43,85 ± 9,98
			Culture : F_1 de ♀ *cl tu* × ♂ *tu vg bw*.				
Témoin à 24°C	5	248	0	–	231	7,15 ± 2,78	–
1er jour	3	119	13,54 ± 4,75	13,54 ± 4,75	133	22,18 ± 2,15	15,03 ± 3,51
2e »	3	88	13,50 ± 3,53	13,50 ± 3,53	84	14,58 ± 5,68	7,33 ± 6,32
3e »	2	131	23,02 ± 6,12	23,02 ± 6,12	156	55,88 ± 0,79	48,73 ± 2,89
4e »	4	105	31,04 ± 8,29	31,04 ± 8,29	120	35,14 ± 5,75	27,99 ± 6,40
1er + 2e jour	3	72	15,07 ± 5,34	15,07 ± 5,34	59	7,61 ± 5,29	0,46 ± 5,98
3e + 4e »	2	62	32,39 ± 10,84	32,39 ± 10,84	76	54,67 ± 7,55	47,52 ± 8,05
1+2+3+4e jour	2	68	40,81 ± 14,75	40,81 ± 14,75	99	63,32 ± 7,62	56,17 ± 8,11
			Culture : F_1 de ♀ *tu vg bw* × ♂ *cl tu*.				
Témoin à 24°C	6	100	17,90 ± 4,62	–	105	8,90 ± 3,02	–
1er + 2e jour	5	88	18,42 ± 0,35	0,52 ± 4,63	74	10,40 ± 4,81	1,50 ± 5,68
3e + 4e »	2	49	64,05 ± 10,75	46,15 ± 11,70	67	75,88 ± 0,97	66,98 ± 3,17

([3]) *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1600.

L'expérience a été faite avec des larves de la souche *cl tu* et avec les hybrides F_1 entre cette souche et la souche *tu vg bw*. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessus. Dans ce tableau, pour chaque traitement figurent les moyennes pondérées calculées après la transformation angulaire des résultats observés dans les différents lots expérimentaux.

A l'examen du tableau, on s'aperçoit que les larves ne sont pas également sensibles durant tout leur développement : durant la deuxième moitié de leur évolution, elles sont nettement plus sensibles qu'au cours des deux premiers jours. Il ne semble pas exister de différence entre la réaction au chauffage des mâles et des femelles.

La suppression des tumeurs par le chauffage est un phénomène réel qui n'est pas dû à une sélection des individus sans tumeurs, favorisée par la température élevée. En effet, si l'on observe une grande mortalité dans les lots ayant subi le traitement thermique, cette mortalité n'est pas sélective : le calcul statistique ne permet de déceler aucune corrélation entre la mortalité et la proportion des adultes sans tumeur. Du reste, le cas des ♂♂ F_1 de ♀ *cl tu x* ♂ *tu vg bw* suffit déjà pour prouver l'action directe du chauffage.

L'inhibition de la formation des tumeurs par le chauffage se limite à la génération des individus traités. Les tumeurs réapparaissent dans leur descendance.

CYTOLOGIE. — *Les lophocytes de l'Éponge* Pachymatisma johnstonni *Bow.* Note (*) de Mlle **Odette Tuzet** et M. **Max Pavans de Ceccatty**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

Dans une publication récente, Ankel et Winterman-Kilian (1952) (1) ont décrit des cellules très différenciées, les lophocytes, découvertes dans le double épithélium d'une Éponge d'eau douce *Ephydatia fluviatilis*. Ces cellules sont caractérisées par de fins filaments, réunis en bouquet au sommet d'un prolongement protoplasmique rétractile, et constituant ainsi une sorte de pinceau plus ou moins étalé. Les auteurs étudient par ailleurs, la structure de l'épithélium double abritant ces lophocytes et montrent qu'il existe à ce niveau, un réseau de fibrilles indépendantes, condensées en faisceaux entrecroisés. Si bien que la morphologie de ces lophocytes, comme leur localisation, amènent Ankel et Winterman-Kilian à s'interroger sur la nature de ces cellules et à suggérer, comme réponse, un rôle musculaire ou nerveux, quoique l'indépendance de ces cellules entre elles, et par rapport au réseau de fibrilles épithéliales, rende cette suggestion difficilement acceptable.

(*) Séance du 23 novembre 1953.

(1) *Z. Naturforsch.*, 7, 1952, p. 475-481.

Nous avons retrouvé dans les tissus d'une Éponge siliceuse Tétractinellide, *Pachymatisma johnstonni* (Bowerbank) des lophocytes proches de ceux que les auteurs sus-cités ont signalés chez *Ephydatia*.

Après fixation au Champy, et diverses autres techniques microscopiques, les lophocytes de *Pachymatisma* se présentent avec un noyau dense, non nucléolé, dans un cytoplasme épais souvent envahi par des granulations mélaniques. L'aspect en étoile du corps cellulaire est rare, la cellule étant le plus fréquemment allongée, avec son pinceau à une extrémité (*fig.* 1). Les fines baguettes piquées dans la cellule et décrites chez *Ephydatia* n'ont jamais été aperçues ici. L'image la plus courante est celle d'un élément mobile à locomotion amoeboïde (*fig.* 2).



Mais le pinceau demeure la caractéristique fondamentale. Nous avons pu observer deux faits importants. D'une part, les filaments souples qui constituent ce pinceau ne sont pas détachés les uns des autres mais enrobés dans une sorte de substance mucilagineuse commune : cela donne un aspect strié « en flamme » lorsque le pinceau est fermé, et « en membranelle » quand il est déployé. D'autre part, il apparaît que ce système ne constitue pas des prolongements protoplasmiques proprement dits, mais un exoplasme, un appareil externe proche d'une ciliature.

L'attache de cet appareil se fait, non pas à l'extrémité de la hampe (représentant un prolongement protoplasmique vrai), mais tout le long

de cette hampe qui va en s'amincissant et joue ainsi le rôle d'un rachis : ce rachis occupe l'axe central du pinceau et sert d'insertion sur toutes ses faces, à l'appareil fibrillaire.

Ces lophocytes ont été observés en plusieurs endroits de l'Éponge *Pachymatisma*. Ils existent en très grand nombre dans les couches épidermiques superficielles, au-dessus de la carapace de spicules sterrasters qui entoure l'animal. Dans cet épithélium, les lophocytes sont indépendants d'un réseau complexe de cellules ectodermiques et conjonctives anastomosées par des faisceaux plus ou moins épais (*fig.* 3). Mais, par ailleurs, on peut relever la présence de lophocytes, plus rares, au-dessous de la cavité hypodermique, dans le mésenchyme dense et musculaire qui borde cette cavité, les canaux et les sphincters.

La morphologie de ces lophocytes montre leur mobilité et la nature exoplasmique de leur appareil fibrillaire : La localisation de ces éléments les émancipe d'un système de réseau quelconque. Nous pensons, pour cela, qu'il est difficile de les assimiler à des cellules musculaires ou nerveuses hautement spécialisées. D'autant plus difficile qu'il existe chez *Pachymatisma johnstonni* une lignée typique de cellules musculaires à caractères différentiels indiscutables et, en outre, des cellules nerveuses bien individualisées et tout aussi caractérisées (que nous décrirons ultérieurement).

Par contre, il semble qu'il faille rechercher la signification des lophocytes du côté d'un système excréteur. Si l'on se reporte aux cellules flammes décrites chez les Turbellariés Triclades ou Polyclades, celles de *Leptoplana tremellaris* par exemple, on ne peut qu'être frappé par la ressemblance de ces éléments. Si on imagine une de ces cellules devenue libre dans le mésenchyme et n'ayant pas de canalicule la prolongeant, on a un lophocyte.

Le protoplasme du lophocyte élaborerait les pigments mélaniques qui s'y accumuleraient et seraient ensuite, soit rejetés dans le mésenchyme par l'intermédiaire de la flamme vibratile et absorbés ensuite par d'autres cellules, soit rejetés avec le lophocyte lui-même qui aurait perdu son pinceau. C'est par desquamation superficielle de l'épiderme externe qui est la zone des dépôts mélaniques de l'Éponge que seraient évacuées les cellules bourrées de pigment.

ENTOMOLOGIE. — *Un nouveau mode d'alimentation chez la larve d'*Anopheles turkhudi *et les caractères morphologiques particuliers à cette larve.* Note (*) de M. **Ravi Iyengar**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

La façon de se nourrir des larves d'Anophèles a été décrite pour la première fois par Nuttal et Shipley (1901). Puis Christophers et Puri (1927)

(*) Séance du 23 novembre 1953.

ont étudié en détail les deux modes d'alimentation des larves d'Anophèles aux dépens 1° de la couche bactérienne, ce qu'ils ont appelé « *film-feeding* », et 2° du plancton, ce qu'ils ont dénommé « *free-feeding* ».

Les descriptions de ces auteurs conviennent à presque toutes les espèces d'Anophèles. Mais nous avons trouvé que la larve d'*Anopheles turkhudi* a une façon très particulière de se nourrir. Aussi, nous a-t-il paru intéressant d'étudier cette espèce en détail.

La larve d'*Anopheles turkhudi* ne vit pas à la surface de l'eau, mais souvent à plusieurs millimètres au-dessous de celle-ci. Elle ne s'alimente pas de plancton, et par conséquent, la face dorsale de sa maxille est dépourvue des fines soies qui servent à la filtration de l'eau chez les autres espèces d'Anophèles. Elle se nourrit d'Algues filamenteuses, telles que *Spirogyra*, et se trouve seulement dans les eaux contenant ces végétaux. La larve s'empare d'un filament de *Spirogyra*, et, à l'aide des brosses buccales, l'attire progressivement dans la bouche tout en l'ingérant, à la manière d'un Serpent engloutissant un autre Serpent. Nous appellerons ceci « *ingestion lente* ». Les dissections des larves d'*Anopheles turkhudi* récoltées dans la nature et tuées aussitôt après capture, montrent que l'estomac ne contient que des fialements de *Spirogyra* mais aucun organisme planctonique. On a observé que la tête d'*Anopheles turkhudi* peut se déplacer facilement dorso-ventralement à la recherche de filaments d'algues.

En rapport avec le changement du mode d'alimentation, les brosses buccales ont perdu la fonction de produire des courants d'eau, et elles diffèrent par leur structure des brosses buccales d'une larve normale. Elles sont droites, dirigées vers l'extérieur, et présentent à leurs extrémités des soies en forme de crochet (*fig.* 1). De plus, on observe sur la face ventrale du pré-clypeus, plusieurs petites soies également en forme de crochet. Les soies présentes sur la face dorsale de la maxille semblent aider à entraîner les filaments plutôt qu'à filtrer les particules en suspension dans l'eau. Quoique la larve puisse tourner sa tête d'un angle de 180°, on l'a rarement observée conservant cette attitude plus de 2 ou 3 mn. De plus, elle ne se nourrit jamais dans cette position.

La larve d'*Anopheles turkhudi* ne flotte pas à la surface de l'eau dans la position des autres larves d'Anophèles. Le grand axe de son corps fait un angle de 30 à 60° avec la surface de l'eau, et l'on a souvent observé qu'elle peut même prendre une position perpendiculaire. Nous avons constaté qu'elle peut rester submergée 2 ou 4 mn, ou même plus. Les structures servant à maintenir la larve normale dans une position horizontale, comme (1), les soies palmées (2), les orifices stigmatiques (3), une paire d'appendices contractiles située à l'extrémité antérieure du thorax et (4), les processus foliacés situés à l'extrémité des palpes maxillaires (*cf. fig.* 2 et 3), sont mal développés. Les soies palmées sont peu nombreuses, petites,

et présentes seulement sur les segments abdominaux IV, V, VI. Leur racine est très courte, les lames peu nombreuses et pourvues d'un petit filament. La lame d'une soie palmée mesure de 25 à 37,5 μ, et le filament

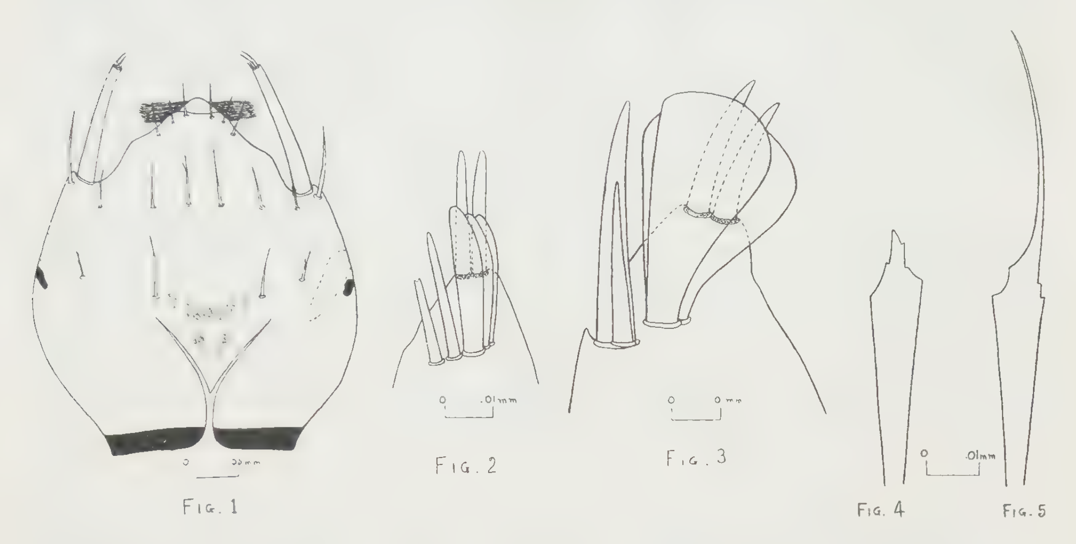


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4 Fig. 5

est de 7,5 à 10 μ (*fig.* 4). Les soies palmées paraissent mal formées pour s'adapter aux forces de tension superficielle. Chez une larve normale, comme celle d'*A. superpictus*, la lame mesure 50 à 80 μ, et le filament est de 25 à 37,5 μ (*fig.* 5).

Conclusion. — Les structures maintenant la larve dans une position horizontale chez les autres Anophèles, sont mal développées et non fonctionnelles chez *A. turkhudi*. Elles persistent tout de même. D'autre part, nous savons que *A. turkhudi* a conservé la possibilité de faire tourner sa tête de 180°. Ces caractères permettent de supposer que *A. turkhudi* aurait évolué à partir d'un ancêtre s'alimentant en « *free-feeding* ». La régression de ces structures paraît liée à un changement du mode d'alimentation.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *La production par « régénération directe » des tarses hypotypiques et des tarses pentamères au cours du développement post-embryonnaire chez le Phasme femelle* (Carausius morosus *Br.*). Note (*) de M. **André Voy**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

La production par « régénération directe » des tarses hypotypiques (mono, di, tri, tétramères) et des tarses pentamères au cours du développement post-embryonnaire chez le Phasme (*Carausius morosus* Br.) est déterminée par le niveau de l'amputation.

Les amputations ont porté sur plus de 600 individus appartenant aux six âges ou stades que comporte le développement larvaire du Phasme

(*) Séance du 23 novembre 1953.

femelle (*Carausius morosus* Br.) et ont été effectuées par extirpation ou section, soit du tarse entier à partir de l'articulation tibio-tarsienne, soit des 2e, 3e, 4e ou 5e articles au niveau de leur articulation respective, au début de la première phase de l'intermue, la plus favorable à la régénération [1]. Elles ont été poursuivies à chaque mue, depuis l'éclosion jusqu'à la mue pré-imaginale. L'autotomie consécutive à cette blessure ne s'est produite que très exceptionnellement et la régénération résultante rentrait alors dans un type précédemment étudié [2].

Dans les autres cas, un régénérat s'extériorise à partir de la blessure dès l'exuviation suivante. Sa croissance régénératrice à chaque âge a été mesurée sur plus de 20 individus jusqu'à la mue imaginale. Le tarse de la patte symétrique intacte servait de base de référence pour cette mesure. Pour toutes les amputations, à chaque âge (sauf l'âge pré-imaginal), l'article antérieur à la section, resté intact, à partir duquel s'effectue la régénération (tibia, quatre premiers articles du tarse) subit une notable réduction linéaire indice de la profonde morphallaxie dont il est le siège; elle s'atténue progressivement au bout de 3 à 4 intermues au moins, surtout pour le tibia. Malgré des réactions individuelles consécutives au traumatisme, un peu différentes, les résultats pour chaque article, à chaque âge, concordent dans des limites de variation assez étroites.

I. Ablation du tarse entier. — Le tibia, à partir duquel se produit la régénération du tarse, subit une réduction linéaire atteignant jusqu'à 35 % à la mue suivant l'amputation, pour descendre ensuite à 20, 10, 5 % après 3 ou 4 intermues et s'annuler. Elle est d'autant plus sensible que le régénérat est plus long et formé d'articles mieux individualisés. Dès la 1re mue, il est presque toujours tétramère, mais aussi parfois tri, di et même monomère; dans ces trois cas, la régulation vers la tétramérie s'effectue au cours des intermues ultérieures, s'il en reste encore à parcourir.

Monomérie. — L'unique article formé, long, porte deux griffes et une pelote terminale; son homologation avec le 5e article est indiscutable. Dans le processus régénérateur, il se formerait donc le 1re.

Dimérie. — L'article basal correspond au métatarse et apparaîtrait donc le 2e dans la formation des articles lors du processus de régénération.

Trimérie. — Le 2e article basal, plus court, correspond au 2e article du tarse (le développement ultérieur le montre); il se reconstitue le 3e.

Tétramérie. — Dans le cas le plus favorable, il se forme un tarse tétramère dont l'article pré-terminal correspond au 4e article; le 3e disparaît au cours du processus régénérateur (région du minimum de croissance).

---

(1) *Comptes rendus*, **231**, 1950, p. 246.
(2) *Bull. Biol. Fr.-Belg.*, **86**, 1952, p. 450-468.

Dans un tarse régénéré à partir du tibia, la reconstitution des parties distale et basale s'effectue d'abord, celle de la région moyenne ensuite et incomplètement. Ce tarse, formé dès la 2e mue, aura à la mue imaginale tous ses articles plus courts que ceux du tarse de la patte atypique régénérée du même âge à partir de la suture trochantéro-fémorale (dont les 1er et 5e articles sont plus longs que ceux de la patte normale).

2. Ablation du 2e article. — La régénération s'effectue uniquement à partir du métatarse (le tibia ne subit pas de réduction); par contre celle du 1er article dépasse 60 % à la 1re mue et s'abaisse à 50, 40, 25, 10 % aux mues suivantes. Le métatarse est donc plus profondément affecté que ne l'était le tibia. La régénération fournit surtout des formes tétramères et quelques cas de tri, di et monomères (la morphallaxie a été si intense que le métatarse se trouve complètement remanié pour former le 5e article). Ces cas exceptionnels se régulariseront ensuite jusqu'à la tétramérie. J'ai observé néanmoins un cas de pentamérie initiale.

3. Ablation du 3e article. — La régénération s'effectue à partir du 2e article, mais le 1er est touché moins largement; le tibia reste intact. Alors que la réduction linéaire du 2e article passe successivement de 55 à 30, 20, 10 % pour s'annuler ensuite, celle du 1er article ne dépasse pas 33, 20, 10, 5 % aux mêmes mues.

Les tarses reconstitués sont presque tous tétramères; quelques cas de trimérie évolueront vers la tétramérie. Cette série d'expériences a encore fourni deux cas de pentamérie initiale.

4. Ablation du 4e article. — Les trois articles intacts font seuls les frais de la régénération, à un degré moindre à mesure que l'on s'éloigne du niveau de la section. La réduction des 1er, 2e, 3e articles est respectivement à la mue suivant l'amputation, de 20, 30, 55 % et s'atténue beaucoup plus lentement pour le 3e article que pour les deux premiers.

On compte jusqu'à 80 % de tarses pentamères formés, quelques tétramères et même trimères ; ceux-ci n'évolueront pas plus loin que la tétramérie, car le remaniement a été tel que le 3e article a disparu pour former le 4e.

5. Ablation du 5e article. — Les quatre articles restants subissent une réduction décroissante du 4e au 1er article respectivement de 60, 40, 10, 3 %. L'obtention des tarses pentamères est devenue la règle, mais par suite du remaniement profond, on observe quelques cas de tétramérie par la refonte du 4e en 5e et la régression du 3e en 4e, comme le montrent des formes intermédiaires au 3e article pourvu de deux pelotes.

Dans les tarses pentamères reconstitués à partir des articulations 2e-3e, 3e-4e et 4e-5e articles, les segments régénérés se reconnaissent facilement à ce qu'ils sont plus étroits, plus courts et moins velus.

En résumé, le tarse produit par « régénération directe » reconstitue d'abord son extrémité distale, puis sa partie basale tandis que sa région moyenne se reforme plus ou moins complètement suivant que la section est plus ou moins proche de la partie distale.

La séance est levée à 16 h 15 m.

R. C.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances d'octobre 1953.

(*suite et fin*).

Collection de l'Institut Pasteur. Les groupes sanguins chez les animaux, par René Dujarric de la Rivière et A. Eyquem. Paris, Éditions Flammarion, 1953; 1 vol. 25 cm (présentée par M. J. Tréfouël).

Mémoires du Muséum national d'histoire naturelle. Nouvelle série. Série A. *Zoologie.* T. I. Fasc. 1. *Les poissons en herbier et le système ichthyologique de Michel Adanson,* par Léon Bertin. Série B. *Botanique.* T. I. Fasc. 1. *Classification des apocynacées* : XXV. *Echitoïdées et supplément aux pluméroïdées,* par M. Pichon. Série C. *Sciences de la terre.* T. I. Fasc. 1. *Histoire géologique du Bassin de Paris,* par René Abrard. Paris, Éditions du Muséum, 1950; 3 vol. 27 cm.

Physique des nuages, par Jean Bricard, in Collection *Euclide.* Paris, Presses universitaires de France, 1953; 1 vol. 17,5 cm (présenté par M. Ch. Maurain).

Les inductances de fuites et les phénomènes de résonance, par Jean Lagasse. *Thèse.* Toulouse, Édouard Privat, 1953; 1 fasc. 27 cm.

Institut international de chimie Solvay. Neuvième conseil de chimie tenu à l'Université de Bruxelles du 6 au 14 avril 1953. *Les protéines. Rapports et discussions,* publiés par les Secrétaires du Conseil sous les auspices du Comité scientifique de l'Institut. Bruxelles, R. Stoops, 1953 ; 1 vol. 24,5 cm (présenté par M. P. Pascal).

Figures pharmaceutiques françaises. Notes historiques et Portraits 1803-1953. Paris, Masson, 1953 ; 1 vol. 28,5 cm.

Mémorial des sciences physiques. Fasc. LVI. *Conduction thermique dans les gaz raréfiés. Coefficient d'accommodation,* par Marcel Devienne. Paris, Gauthier-Villars, 1953; 1 fasc. 25 cm (présenté par M. G. Ribaud).

Comune di Ancona. Onoranze a Vito Volterra. Ancona, A. Nicci, 1953 ; 1 vol. 24,5 cm.

Bibliographie de J. J. Berzelius, publiée au nom de l'Académie royale des sciences de Suède, par ARNE HOLMBERG. Première partie : *Ouvrages imprimés*, deuxième supplément. Seconde partie : *Manuscrits*. Supplément. Stockholm, 1953 ; 2 fasc. 22,5 cm (en langue suédoise).

Problèmes de l'immunisation contre la fièvre aphteuse dans la pratique, par GOTTLIEB FLÜCKIGER. Extrait du *Schweizer Archiv für Tierheilkund*. Fasc. 9. Vol. 95, 1953. Zurich, Orell Füssli arts graphiques ; 1 fasc. 24 cm.

Die Fortpflanzungsstörungen des Rindes und deren behebung, von W. Hoffmann. Vorwort und Anhang von GOTTLIEB FLÜCKIGER. Bern und Stuttgart, Medizinischer verlag Hans Huber, 1953 ; 1 vol. 23 cm.

Colloques internationaux du Centre National de la Recherche scientifique. XXXVI. *Les méthodes formelles en axiomatique à Paris*, décembre 1950. Paris, Centre national de recherche scientifique, 1953 ; 1 fasc. 24 cm.

Documentation mathématique. Textes publiés sous la direction de PAUL BELGODÈRE. Fasc. 25. *État des périodiques de mathématiques et de physique figurant à la Bibliothèque de la Sorbonne.* Deuxième partie. Liste dressée par Mme SIESTRUNCK. Édition provisoire. Paris, Secrétariat mathématique, 1953 ; 1 fasc. 28 cm.

A guide to teaching happy living through Conservation, by E. LAURENCE PALMER. Bruxelles, International Union for the protection of nature, 1953 ; 1 fac. 15,5 × 22,5 cm.

Communications au XIIIe Congrès international de chimie pure et appliquée, par M. DOUBININE, Y. I. GUÉRASSIMOV, G. S. JDANOV, Z. V. ZVONKOVA, K. T. POROCHINE, V. V. KORCHAK et E. D. KAVERZNIÉVA. Moscou, Éditions de l'Académie des sciences de l'U.R.S.S., 1953 ; 1 vol. 22 cm (en langues russe et française).

IVe Congrès des ingénieurs des pays arabes. Beyrouth 19-22 juillet 1950. *Géologie et hydraulique au Liban ou étude géologique préliminaire d'une retenue sur le Litani*, par LOUIS DUBERTRET ; 1 fasc. 19,5 cm.

République libanaise. Ministère des travaux publics. *Cartes géologiques au 50 000e. Notices explicatives*, par LOUIS DUBERTRET. Beyrouth, 1949 : *Feuille de Saïda* ; 1950 : *Feuille de Rayak* ; 1950 : *Feuille de Baalbek* ; 1950 : *Feuille de Djezzine* ; 1951 : *Feuille de Sir ed Danié* ; 1951 : *Feuille de Beyrouth* ; 6 fasc. 20 cm.

Id. Carte géologique au 50.000^e^. Beyrouth 1951 : *Feuille de Tripoli. Notice explicative*, par R. WETZEL et LOUIS DUBERTRET. *Feuille de Qartaba*, par LOUIS DUBERTRET, G. RENOUARD et R. WETZEL. *Feuille de Merdjayoun*, par LOUIS DUBERTRET et G. RENOUARD. Beyrouth, 1953 : *Feuille de Zahlé*, par LOUIS DUBERTRET et G. RENOUARD ; 4 fasc. 20 cm.

La schistosité dans les séries discordantes, par PAUL FOURMARIER. Extrait du *LXXe Congrès de l'A. F. A. S.*, Tunis, mai 1951. Tunis, Nicolas Bascone et Sauveur Muscat ; 1 fasc. 24,5 cm.

L'antarctide et l'évolution géologique de la surface du globe, par PAUL FOURMARIER. Extrait du *Bulletin de la Société royale belge de géographie*, 1951. Fasc. 1-4. Ixelles, Imprimerie R. Louis ; 1 fasc. 21 cm.

Remarques au sujet de la distribution de la schistosité dans les Pyrénées, par PAUL FOURMARIER. Extrait du *Bulletin de la Société géologique de France*, 6e série, t. I, 1951 ; 1 fasc. 25 cm.

Essai sur le comportement et l'allure de la schistosité et des joints connexes dans la zone pennique des Alpes franco-italo-suisses et son environnement, par Paul Fourmarier, in *Archives des sciences* éditées par la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève. Genève, Librairie de l'Université, 1952; 1 fasc. 23 cm.

Extraits des *Annales de la Société géologique de Belgique*. T. LXXV, p. B. 167-174, 1952 : *Trois coupes méridiennes dans la terminaison nord-orientale du synclinorium de Dinant*. T. LXXV, p. B. 181-194, 1952 : *Aperçu sur les déformations intimes des roches en terrains plissés*. T. LXXVI, p. B. 81-87, 1952 : *Microplissement et plis minuscules*. T. LXXVI, p. B. 275-301, 1593 : *Schistosité et grande tectonique*, par Paul Fourmarier. Liége, Imprimerie H. Vaillant-Carmanne; 4 fasc. 24 cm.

Rapport sur la XIXe Session du Congrès géologique international, par Paul Fourmarier. Extrait du *Bulletin de la classe des sciences de l'Académie royale de Belgique*, 5e série, T. XXXVIII, 1924. Bruxelles. Palais des Académies; 1 fasc. 25 cm.

Eaux potables et géologie, par Faul Fourmarier. Liége, 1952; 1 feuille 26,5 cm.

Obituary Notices. Reprinted from the *Quarterly Journal of the geological Society of London*. Vol. Cvii, 29 august 1952; 1 fasc. 21,5 cm.

